Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch

Hammer, Ernst

Stuttgart, 1898

§ 5. Einfachste Anwendung des Schiebers: Multiplikation und Division zweier Zahlen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76882

§ 5.
Einfachste Anwendung des Schiebers: Multiplikation und Division zweier Zahlen.

1. Die Anwendung des Schiebers **A/B** zur Multiplikation und zur Division zweier Zahlen beruht, wie schon in § 1 angedeutet ist, auf den Sätzen:

$$\log (a . b) = \log a + \log b$$

$$\log \frac{a}{b} = \log a - \log b\ ,$$

wobei man aber nicht mit den Logarithmenmantissen selbst zu thun hat, sondern die Addition oder Subtraktion dieser Mantissen mechanisch mit dem Schieber ausführt und wobei also sowohl bei der Einstellung der gegebenen Zahlen als bei der Ablesung der Resultate nur die zu den Mantissen gehörigen Zahlen selbst in Betracht kommen.

Wichtige Regel für alle folgenden Rechnungen dieses § 5 und des § 6: Man lese bei der Einstellung der gegebenen Zahlen diese stets ohne Komma, also bei echten Dezimalbrüchen auch mit Weglassung der dem Komma rechts folgenden Nullen, also z. B. die Zahlen 12,43, 1,243, 0,1243, 124,3, 0,001243 gleichmässig als 1 — 2 — 4 — 3; ebenso liest man das Resultat zunächst ohne Komma ab, also z. B. 2 - 7 - 7 (statt sogleich 2,77 oder 0,00277 oder 27700) und fügt erst nachträglich das Komma (und also bei echten Dezimalbrüchen die etwa links fehlenden Nullen) bei.

2. Einfache Multiplikation. Um $(a . b)$ zu rechnen, stellt man die **B-1** unter a auf **A**, geht zum Punkt b der Skale **B** und liest darüber auf **A** das Produkt $a . b$ ab.

Zu beachten ist bei der Multiplikation ein für allemal, dass es ganz gleichgiltig ist, ob man in der linken oder rechten Hälfte von **A** oder **B** einstellt oder abliest, ferner welche **B-1** man benützt. Zur Einstellung ist aber stets die linke die bequemste.

a) Einzelne Beispiele, in denen a und b direkt als Striche gegeben sind: $2,1 \times 2,5 = 5,25$ (**B-1** unter 2,1 auf **A**, über dem Strich 2,5 von **B** auf **A** abgelesen, giebt Mitte zwischen 52 und 53, also 525 oder 5,25; oder **B-1** unter 2,5 auf **A**, über dem **B**-Strich 2,1 auf **A** dieselbe Ablesung);

$2{,}5 \times 7{,}4 = 18{,}5$ (**B-1** unter 25 oder 74 der linken Hälfte vor **A**, abgelesen über 74 oder 25 der Zunge giebt in der rechten Hälfte von **A** die Ablesung 185, also Resultat 18,5). Aber auch wenn man die mittlere Zungen-**1** unter 74 der rechten Hälfte von **A** stellt und bei 25 der **B**-Teilung an **A** abliest, erhält man dasselbe Ergebnis. Ebenso: $2{,}1 \times 7{,}4 = 15{,}5_5$ (letzte Stelle nicht sicher, in der That lautet sie 4 statt 5, wie der Anblick der gegebenen Zahlen lehrt).

$0{,}21 \times 7{,}4 = 1{,}55_5$ (0,21 ist rund $^1/_5$, also 1,.. nicht 15,... und nicht 0,...);
$0{,}021 \times 7{,}4 = 0{,}155_5$ (etwa $^1/_{50}$ von 7,4, für die Kommastellung);
$0{,}021 \times 0{,}074 = 0{,}00155_5$ (etwa $^1/_{50}$ oder $^2/_{100}$ von 0,07);
$0{,}0021 \times 7400 = 15{,}5_5$ (etwa $^2/_{1000}$ von 7400).

Es giebt Regeln über die Abzählung der Ziffern zur Stellung des Kommas, es ist aber entschieden vorzuziehen, dazu am Überschlag festzuhalten, worin man rasch grosse Übung erlangt.

b) Ein Faktor durch Skalenstrich gegeben, der andre nicht. Man wird hier, wenn man an der Regel in a) festhält, den Faktor mit der **B-1** einstellen, für den man keinen Strich auf **A** hat; man hat damit den Vorteil, dass man über einem Strich von **B** an **A** abzulesen hat.

Z. B. ist also bei $3{,}23 \times 2{,}75$ die **B-1** zweckmässiger auf 323 an **A** zu stellen und über dem Strich 275 abzulesen (als die **B-1** auf 275 zu stellen und über der nicht durch einen Strich bezeichneten Stelle 323 von **B** an **A** abzulesen),

$$3{,}23 \times 2{,}75 = 8{,}8\overset{+}{8} \quad \left(\text{direkt gerechnet:} \quad \begin{array}{r} 3 \times 3{,}23 = 9{,}69 \\ -\frac{1}{4} \times 3{,}23 = 0{,}8075 \\ \hline 8{,}8825 \end{array}\right);$$

in der That sieht man bei der Schieber-Rechnung, dass man zwischen 8,88 und 8,89 steht, ohne aber die 4. Stelle mehr ablesen zu können.

Weitere Beispiele: $0{,}126 \times 88{,}88$ (**B-1** auf 889, nicht auf 126, Ablesung bei 126; Überschlag zu dem Komma: 0,126 ist $^1/_8$, also 11,.. nicht 1,... u. s. f.) $= 11{,}20$ (nicht mehr merklich kleiner als 11,20; genau 11,19888);

734×136 (**B-1** auf 734, Ablesung bei 136) $= 99800$ (genau 99824),

$255 \times 0{,}01475$ (**B-1** auf 1475) $= 3{,}76$ ($1\frac{1}{2}$ Hundertstel von 255 für die Kommastellung; genau 3,76125).

Man bilde sich selbst mit ganz beliebigen Zahlen weitere Beispiele, die man dann auch sämtlich durch direktes Ausmultipliziren oder mit Hilfe fünfstelliger Logarithmen nachrechnen mag. Dabei nehme man auch solche Beispiele, bei denen der eine Faktor zwar nicht durch einen Strich, aber doch ähnlich scharf als Mitte zweier Striche gegeben ist, u. s. f.

c) Beide Faktoren sind Zahlen, die nicht durch Striche auf **A** und **B** gegeben sind. Es ist hier dann wieder gleichgiltig, auf welchen der Faktoren die **B-1** gestellt wird; z. B. $12{,}75 \times 0{,}8333 = 10{,}6_2$ (genau 10,6246); auch hier zahlreiche eigene Beispiele (mit Nachrechnung) unter Anwendung ganz beliebiger Zahlen.

Man kann hier zur Ablesung des Produktes auf **A** über b der **B**-Skala bereits wieder gelegentlich den Läufer benützen.

Anmerkung zu **2.** Für manche (aber nicht alle) Multiplikationen $(a \,.\, b)$ kann man das Resultat verschärfen, wenn man zu ihrer Ausrechnung nicht die Skalen **A** und **B**, sondern die Skalen **C** und **D** benützt, wobei ganz ebenso zu verfahren ist, wie oben: **C-1** auf a an **D**, auf **C** nach rechts gegangen bis zum Punkt b, unter b auf **D** das Produkt $(a \,.\, b)$ abgelesen. Z. B.

$$1{,}2745 \times 1{,}555 = 1{,}982$$

(hier, bei der Einstellung an **D**, ist 12745 noch bis auf die letzte Ziffer einstellbar zwischen 1274 und 1275; Ablesung bei 1555 giebt etwas über 198, die vierte Stelle allerdings nicht ganz sicher 1 oder 2; genaueres Resultat 1,9818).

Weitere Beispiele selbst zu bilden.

Die Benützung von **C** und **D** zur Multiplikation geht nur so lange an, als (bei Voraussetzung von Einern in den gegebenen Faktoren a, b, also z. B. $a = 2, \ldots,\; b = 3, \ldots$) das Produkt nicht > 10 wird.

3. Division. Um $\frac{a}{b}$ mit Hilfe der Skalen **A** und **B** zu rechnen, betrachte man die Trennungslinie zwischen **A**

und **B** als Bruchstrich und stelle so den gegebenen Bruch $\frac{a}{b}$ her, d. h. stelle unter a auf **A** die Zahl b auf **B**; man liest dann an der Zungen-1 (**B-1**) den Quotienten auf **A** ab. Dabei ist es wieder ganz gleichgiltig, ob man in der linken oder in der rechten Hälfte von **A** den Bruch $\frac{a}{b}$ einstellt und ob die Zunge nach links oder nach rechts über den Stab vorragt, ferner an welcher **B-1** man abliest.

a) Einfachste Beispiele mit Strichen für a und b.

$\frac{3,5}{1,5}$: unter den Strich 35 auf **A** den Strich 15 von **B**; bei **B-1** an **A** abgelesen 233, also Quotient 2,33 (genauer $\frac{2}{3} \cdot 3,5 = \frac{7}{3} = 2,3333 \ldots$).

Ebenso: $\frac{162}{22,5} = 7,20$ (genauer 7,2002)

$\frac{65}{122}$ giebt 533, also $= 0,533$

$\frac{98}{2100}$ giebt 467, also $= 0,0467$.

b) Ist bei $\frac{a}{b}$ der Nenner b durch einen Strich gegeben, der Zähler a aber nicht, so ist die Einstellung noch ebenso bequem wie vorhin, z. B.:

$\frac{977}{37,5} = 26,1$ (zwischen 26,0 und 26,1; genauer 26,053)

$\frac{0,815}{6,1} = 0,133_5$ (letzte Stelle nicht scharf, kann 4 oder 6 heissen; genauer 0,1336).

$\frac{50}{\frac{\pi}{4}}$ (für den Nenner der $\frac{\pi}{4}$-Strich) $= 63,\overset{+}{6}$ (genauer 63,662).

c) Ist bei $\frac{a}{b}$ weder Zähler noch Nenner durch einen Strich gegeben, so kann die Einstellung oft dennoch mit derselben Schärfe gemacht werden, als ob dies der Fall wäre, z. B. bei $\frac{995}{199}$ (man stellt hier die Striche 198 und 200 von **B** scharf unter 99 und 100 von **A**) oder bei $\frac{193}{745}$ (Striche 74 und 75 von **B** scharf gleichabständig unter 192 und 194 von **A**), so dass Schätzung nicht in demselben Sinn in Betracht kommt wie sonst. Im allgemeinen ist aber wie gewöhnlich nach Augenmassschätzung einzustellen, oder man benützt zur Einstellung den Läufer: Läufer auf a an **A**; dann b an **B** unter den Läuferindex, ohne mehr auf a zu achten; endlich Ablesung an **A** bei **B-1**.

Beispiele: $\frac{4877}{2{,}147}$; $\frac{3{,}166}{7245}$; $\frac{0{,}333}{1{,}495}$; u. s. f.

Man prüfe auch hier alle Beispiele durch logarithmische Rechnung.

Anmerkung zu **3**. Auch hier (vgl. die Anmerkung zu **2**. zur Multiplikation) kann man in einzelnen Fällen die Rechnung dadurch etwas verschärfen, dass man die Skalen **C** und **D** statt **A** und **B** benützt. Man hat dann nur a auf **D**, b auf **C** zu nehmen (übereinanderzustellen) und bei der **B-1** an **D** abzulesen.

Beispiele: $\frac{7{,}10}{3{,}02}$ (beachte bei der Einstellung der 2 Striche an **D** und **C** auch je den vorhergehenden und den folgenden, wodurch sich die Deckung schärfer herstellen lässt) = 2,351 (letzte Stelle nicht mehr scharf, aber wohl zu schätzen, sie ist z. B. jedenfalls nicht 3 und man kann sicher sagen, dass man zwischen 2,350 und 2,352 ist, was bei Benützung der Skalen **A** und **B** nicht mehr möglich wäre; genaueres Resultat 2,3510).

4. Genauigkeitsverhältnisse. Es ist bei der Anwendung des Schiebers, selbst für den im Gebrauch sehr Geübten, nicht gleichgiltig, ob man möglichst rasch mit dem Schieber rechnen will oder aber die äusserste Genauigkeit anstrebt, die man damit überhaupt erreichen kann. Z. B. kann man auch bei rascher Rechnung auf **A** und **B** stets drei Stellen ablesen, 615, 616, 617, wird sich oft aber auch für flüchtige Überschlagsrechnung nur mit zwei begnügen; denn die dritte Stelle wird von 4 an u. U. (z. B. bei nicht ganz günstiger Beleuchtung) bereits etwas mühsam, d. h. erfordert scharfes Zusehen. Anderseits kann man zwischen 1 und 2 an **A** oder **B** bei langsamer und scharfer Ablesung (besonders mit Anwendung einer [Uhrmacher-] Lupe, deren Anwendung übrigens in dieser Anleitung im allgemeinen vollständig ausgeschlossen wird) eine vierte Stelle zwar nicht mehr scharf ablesen, aber doch noch einigermassen beurteilen: z. B. sind zwei Striche für 138 und 140 da, man kann aber nicht nur 139 (die Mitte) schätzen, sondern noch ganz wohl 138_5, 139, 139_5, unterscheiden, sogar 138_2 und 138_4 kann man trennen, ohne allerdings die 4. Stelle verbürgen zu können. Bei **C** und **D** kann man aber zwischen 1 und 2 bei langsamer Rechnung ganz wohl 4 Stellen vollständig ablesen. Die Zahlenbeispiele der § 4 und 5 bieten Belege für das zuletzt Gesagte.

Es soll jedoch auf die Genauigkeitsverhältnisse hier noch nicht eingegangen werden, vielmehr sei auf § 12 verwiesen und hier nur bemerkt, dass man im allgemeinen, bei mittlerer angestrebter Genauigkeit und bei mittlerer Geschwindigkeit der Rechnung, stets drei Ziffern einstellt und abliest.

§ 6.

Proportionsrechnung. Beispiele für lineare Interpolation, Massverwandlung u. s. f. Beliebig zusammengesetzte Multiplikation und Division.

1. Die Anwendung zur **Proportionsrechnung,** insbesondere zur Ausrechnung von Ausdrücken von der Form

$$y = \frac{a}{b} \cdot x,$$

wobei a und b feste gegebene Zahlen sind, x aber eine beliebige Reihe von gegebenen Zahlen annimmt, zu denen man die zugehörigen Werte von y braucht (lineare Interpolation, Mischungsrechnungen der elementaren Arithmetik, u. s. f.) ist eigentlich die **wichtigste Anwendung des Rechenschiebers.**

2. Ausdruck $\frac{a \cdot c}{b}$. Denken wir uns zunächst vorgelegt $y = \frac{a \cdot c}{b}$ (z. B. also aus der Proportion $y : a = c : b$ oder $b : a = c : y$ u. s. f.), wobei a, b, c alle drei fest gegebene Zahlen sind, so ist die Ausführung klar: Man hat nur nach der in § 5. **3.** gegebenen Regel an dem Bruchstrich **A/B** den Bruch a/b einzustellen; über der **B-1** würde man nun auf **A** den Quotienten $\frac{a}{b}$ ablesen, man