Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch

Hammer, Ernst

Stuttgart, 1898

§ 9. Kubus und Kubikwurzel und ihre Verwendung in der Rechnung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76882

2) Was ist der Durchmesser eines Kupferdrahts, von dem 24,5 m 7,43 kg wiegen (spez. Gewicht 8,85)?

3) Ein Cylinder aus Blei ($s = 11{,}3$) soll bei 42 cm Länge das Gewicht 17,4 kg erhalten; Durchmesser = ?

4) Was ist die Fläche eines Kreises von 18,45 m Umfang?

5) Was ist der Umfang eines Kreises von 18,45 qm Fläche?

6) Ein gerader Kreiskegel aus Stein mit dem spezifischen Gewicht 2,24 hat eine Basis von 1,24 m Durchmesser und ist 1,97 m hoch; was wiegt er?

§ 9.

Kubus und Kubikwurzel und ihre Verwendung in der Rechnung.

Dritte Potenzen und dritte Wurzeln sind weniger wichtig als die in § 7 und § 8 besprochene Bildung und Verwendung der Quadrate und Quadratwurzeln, weil diese im allgemeinen viel häufiger vorkommen. Immerhin sind jene hier kurz zu erläutern.

1. Kubus. Die dritte Potenz a^3 einer gegebenen Zahl kann man bilden nach $a^3 = a^2 . a$, d. h. **B-C-1** auf a an **D**, auf **B** weiter gegangen bis a giebt als Ablesung an **A** den Wert von a^3 nach $\log a^3 = \log a^2 + \log a$. Diese Regel ist nur brauchbar für Zahlen, deren Anfangsziffern kleiner sind als 464, da man sonst über den Endpunkt der Teilung **A** hinauskommt. Dasselbe gilt natürlich für eine andere Rechnungsweise derselben Art: **B-1** auf a an **A**, Läufer auf a an **C**; auf **A** am Läufer abgelesen giebt abermals a^3 nach $\log a^3 = \log a + \log a^2$. Bei der Stellung des Kommas sind bekannte Regeln zu beachten (Abteilungen von drei Ziffern vom Komma aus, wie bei den Quadraten von zwei).

Beispiel: $1{,}2^3 = 1{,}73$ (genau 1,728); $15^3 = 3\,375$ (genau); $220^3 = 10\,650\,000$ (genauer Wert 10 648 000); $3{,}57^3 = 45{,}5$ (genauer 45,500); $0{,}12^3 = 0{,}001\,73$; $0{,}012^3 = 0{,}000\,001\,73$; $357^3 = 45\,500\,000$ u. s. f.

Um auch für Zahlen, deren Ziffern (ohne Komma und ohne die etwaigen vorhergehenden Nullen bei echten Dezimalbrüchen) $> 464\ldots$ sind, den Kubus zu finden, stelle man die rechte **B-1** auf den Punkt a an **D** und lese über dem Punkt a der Teilung **B** an **A** ab (vgl. bei der Bildung von $a b^2$ in § 8, 1).

Beispiele: $62^3 = 238\,000$ (genau 238 328); $0{,}967^3$; $0{,}00\,485^3$; $4{,}65^3$; u. s. f.

Diese Verschiedenheit der Rechnung bei a^3, je nachdem die Ziffern von $a \lesseqgtr 464$ sind, kann man dadurch umgehen, dass man die Zunge umdreht, d. h. nicht die Rückseite der Zunge nach oben wendet (vgl. später), sondern die Zungen-**1**, die bei normaler Lage links liegt, zur rechten macht, so dass man die Zungenzahlen umgekehrt vor sich hat und die Teilung **C** an **A**, **B** an **D** anliegt. Stellt man nun **B** und **D** so übereinander, dass die an beiden a benannten Punkte sich decken, so liest man an der jetzt linken **C-1** auf der Skala **A** ab a^3. Der Grund ist leicht einzusehen, die Rechnung gilt für alle Zahlen von 1,... bis 9,..., nur stört für die letzten Zahlen, etwa von 8 an ($8^3 = 512$ liest man noch genügend scharf ab) der Spielraum der Zunge.

2. Kubikwurzel. Die dritte Wurzel aus einer gegebenen Zahl, $\sqrt[3]{a}$, kann wieder auf verschiedene Art gerechnet werden.

Man kann z. B. die Zunge, bei aufrechter Stellung der Zungenzahlen, genau so lange verschieben, bis unter der auf **A** aufzusuchenden und festzuhaltenden Zahl a an der Skalc **B** und unter der **B-1** auf der Skale **D** dieselbe Zahl erscheint. Für Zahlen < 10 (wenn man wieder nur, ohne Stellung des Kommas, die ersten „giltigen" Ziffern ins Auge fasst, s. o. u. u.) sind dabei die linke Seite von **A** und die linke **B-1**, für Zahlen zwischen 10 und 100 die rechte Seite von **A** und die linke **B-1**, für Zahlen zwischen 100 und 1000 die rechte Hälfte von **A** und die rechte **B-1** zu benützen. Was die giltigen Stellen betrifft, so hat man von den Einern aus die ganzen Zahlen nach links, echte Dezimalbrüche vom Komma aus nach rechts in Gruppen von je drei Ziffern zu zerlegen, also z. B.

127 | 345 ‖ als Zahl zwischen 100 und 1000,
127 | 345, ‖ 04 ganz ebenso,
1 | 273, ‖ 45 als Zahl zwischen 1 und 10,
12 | 734, ‖ 5 als Zahl zwischen 10 und 100,
0, ‖ 001 | 273 | 4 als Zahl zwischen 1 und 10,
0, ‖ 012 | 734 als Zahl zwischen 10 und 100,
0, ‖ 127 | 34 als Zahl zwischen 100 und 1000 zu behandeln.

Beispiele zur Übung. $\sqrt[3]{27} = 3$; $\sqrt[3]{40} = 3{,}42$; $\sqrt[3]{50} = 3{,}68$;

ferner $\sqrt[3]{6} = 1{,}81_6$ (besser 1,817); $\sqrt[3]{8} = 2$ u. s. f.; endlich: $\sqrt[3]{216} = 6$; $\sqrt[3]{301} = 6{,}70$; $\sqrt[3]{1234}$ zu behandeln wie $\sqrt[3]{1{,}234}$; $\sqrt[3]{12340}$ wie $\sqrt[3]{12{,}34}$; $\sqrt[3]{123\,400}$ wie $\sqrt[3]{123{,}4}$; ebenso $\sqrt[3]{0{,}245}$ wie $\sqrt[3]{245}$; $\sqrt[3]{0{,}0245}$ wie $\sqrt[3]{24{,}5}$; $\sqrt[3]{0{,}00245}$ wie $\sqrt[3]{2{,}45}$; u. s. f.

Bei einiger Übung ist die Genauigkeit der Ablesung wegen der Verschiedenheit des Massstabs von **A** und von **C** gross, auch ist die Geschwindigkeit der Rechnung immerhin noch grösser, als bei Verwendung von Kubiktabellen oder von Logarithmen.

Eine andere Rechnungsregel für die Kubikwurzel ist die: man kehrt die Zunge wieder so um, dass **C** an **A**, **B** an **D** liegt und die nun von rechts nach links fortschreitenden Skalen **C** und **B** mit umgekehrten Ziffern gesehen werden; man sucht ferner mit der **C-1** die gegebene Zahl a an **A** auf und zwar nach folgenden Angaben (vgl. die Aufstellung über die „giltigen" Ziffern im letzten Absatz): Zahlen zwischen 1 und 10 auf der linken Hälfte von **A** mit der rechten **C-1**; Zahlen zwischen 10 und 100 auf der rechten Hälfte von **A** mit der rechten **C-1**; Zahlen zwischen 100 und 1000 endlich auf der linken Hälfte von **A** mit der linken **C-1**; man hat dann, um die $\sqrt[3]{a}$ zu finden, nur noch die Zahl abzulesen, die an den beiden nebeneinander liegenden Skalen **B** und **D** genau coincidirt und gleichlautet.

Beispiel (verkehrt eingeschobene Zunge) $\sqrt[3]{8}$: rechte **C-1** auf 8 der linken **A**, der Strich 2 von **B** und **D** stimmt überein; $\sqrt[3]{9}$, ebenso auf 9 eingestellt, der Punkt 2,08 der beiden genannten Teilungen stimmt überein (genauer 2,08008); $\sqrt[3]{10}$ ebenso $= 2{,}154$ bis 2,155 (genauer 2,15443); man beachte hier die Punkte 2,15 und 2,15 der Teilungen **B** und **D** (an **B** ist Strich, an **D** muss man Mitte zwischen 214 und 216 nehmen): man sieht sehr deutlich, dass man (in dem Sinn der gegeneinander gehenden Teilungen) noch nicht beim Coincidenzpunkt ist, ebenso aber, dass man bei 2,16 bereits um ebensoviel darüber hinaus ist. Auch hier ist die Ablesung infolge der verschiedenen Massstäbe von **B** und **D** als sehr genau zu bezeichnen (ganz ebenso selbstverständlich auch bei der letzten Regel).

$\sqrt[3]{5} = 1{,}710$ (genauer 1,70998); $\sqrt[3]{140{,}6} = 5{,}20_0$; $\sqrt[3]{0{,}134374}$ wie $\sqrt[3]{134{,}4}$; $\sqrt[3]{0{,}00134}$ wie $\sqrt[3]{1{,}34}$; u. s. f.

3. Verwendung von Kubus und Kubikwurzel in der Rechnung. Die Ablesungen von a^3 und $\sqrt[3]{a}$ lassen sich, wie schon angedeutet ist, durch Übung an Genauigkeit ziemlich weit treiben. Immerhin sind sie nicht so wichtig, wie das Vorhergehende, und es soll deshalb auch bei der Verwendung, d. h. bei der Kombination mit andern Rechnungen (Multiplikation, Division, Quadrirung, Quadratwurzelausziehung) nicht weiter verweilt werden. Der Leser möge selbst die Rechnung von

$$\frac{a^3}{b},\ \sqrt[3]{\frac{a}{b}},\ \frac{a}{b^3},\ \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}},\ \sqrt[3]{\frac{a}{b^2}},\ \sqrt{\frac{a^3}{b}},\ \sqrt{\frac{a}{b^3}}\ \text{u. s. f.}$$

an Beispielen üben. Einige wenige Andeutungen dazu folgen.

Beispiel. 1) Was wiegt eine Kugel aus Messing (mit $s = 8{,}50$) mit 4 cm Halbmesser? $\left(\frac{4\pi}{3}\text{ ist } 4{,}189\right)$.

2) Wie ist der Durchmesser einer Kugel aus Blei ($s = 11{,}3$) zu wählen, die 5,2 kg schwer werden soll? $\left(\frac{\pi}{6}\text{ ist } 0{,}5236\right)$.

§ 10.

n^{te} Potenz und n^{te} Wurzel einer gegebenen Zahl; Verwendung der L-Teilung.

1. Die n^{te} Potenz und die n^{te} Wurzel einer gegebenen Zahl kann man ebenfalls noch mit dem Rechenschieber finden nach den Gleichungen:

$$log\,(a^n) = n\,.\,log\,a\ ; \qquad log\,(\sqrt[n]{a}) = \frac{1}{n}\cdot log\,a\,,$$

indem man einfach die durch die L-Teilung gelieferte Logarithmentabelle benützt. Und wenn auch diese Benützung des Schiebers für die wirkliche Rechnung noch unwichtiger ist, als die des vorigen §, so ist sie doch zu erwähnen, weil sich dabei nochmals Gelegenheit giebt, auf das Wesen der Rechenschieberskalen hinzuweisen.

2. Die Teilung L. Aufsuchen des Logarithmus zu einer gegebenen Zahl und umgekehrt. Man ziehe die Zunge des Rechenschiebers ganz heraus und wende sie um. Auf der Mitte der Rückseite befindet sich eine schon in § 3, 7. erwähnte Teilung L mit durchaus genau gleichen Teilen (je 0,500 mm lang), rechts mit „0" beginnend, links mit „10" endigend; die Zwischenziffern 1 bis 9 sind eingeschlagen. Jeder solche