Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch

Hammer, Ernst

Stuttgart, 1898

§ 10. nte Potenz und nte Wurzel einer gegebenen Zahl; Verwendung der L-Teilung.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76882

$\sqrt[3]{5} = 1{,}710$ (genauer $1{,}70998$); $\sqrt[3]{140{,}6} = 5{,}20_0$; $\sqrt[3]{0{,}134374}$ wie $\sqrt[3]{134{,}4}$; $\sqrt[3]{0{,}00134}$ wie $\sqrt[3]{1{,}34}$; u. s. f.

3. Verwendung von Kubus und Kubikwurzel in der Rechnung. Die Ablesungen von a^3 und $\sqrt[3]{a}$ lassen sich, wie schon angedeutet ist, durch Übung an Genauigkeit ziemlich weit treiben. Immerhin sind sie nicht so wichtig, wie das Vorhergehende, und es soll deshalb auch bei der Verwendung, d. h. bei der Kombination mit andern Rechnungen (Multiplikation, Division, Quadrirung, Quadratwurzelausziehung) nicht weiter verweilt werden. Der Leser möge selbst die Rechnung von

$$\frac{a^3}{b},\ \sqrt[3]{\frac{a}{b}},\ \frac{a}{b^3},\ \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}},\ \sqrt[3]{\frac{a}{b^2}},\ \sqrt{\frac{a^3}{b}},\ \sqrt{\frac{a}{b^3}}\ \text{u. s. f.}$$

an Beispielen üben. Einige wenige Andeutungen dazu folgen.

Beispiel. 1) Was wiegt eine Kugel aus Messing (mit $s = 8{,}50$) mit 4 cm Halbmesser? $\left(\frac{4\pi}{3}\text{ ist } 4{,}189\right)$.

2) Wie ist der Durchmesser einer Kugel aus Blei ($s = 11{,}3$) zu wählen, die 5,2 kg schwer werden soll? $\left(\frac{\pi}{6}\text{ ist } 0{,}5236\right)$.

§ 10.

n^{te} Potenz und n^{te} Wurzel einer gegebenen Zahl; Verwendung der L-Teilung.

1. Die n^{te} Potenz und die n^{te} Wurzel einer gegebenen Zahl kann man ebenfalls noch mit dem Rechenschieber finden nach den Gleichungen:

$$\log(a^n) = n \cdot \log a\ ; \qquad \log(\sqrt[n]{a}) = \frac{1}{n} \cdot \log a\,,$$

indem man einfach die durch die L-Teilung gelieferte Logarithmentabelle benützt. Und wenn auch diese Benützung des Schiebers für die wirkliche Rechnung noch unwichtiger ist, als die des vorigen §, so ist sie doch zu erwähnen, weil sich dabei nochmals Gelegenheit giebt, auf das Wesen der Rechenschieberskalen hinzuweisen.

2. Die Teilung L. Aufsuchen des Logarithmus zu einer gegebenen Zahl und umgekehrt. Man ziehe die Zunge des Rechenschiebers ganz heraus und wende sie um. Auf der Mitte der Rückseite befindet sich eine schon in § 3, 7. erwähnte Teilung L mit durchaus genau gleichen Teilen (je 0,500 mm lang), rechts mit „0“ beginnend, links mit „10“ endigend; die Zwischenziffern 1 bis 9 sind eingeschlagen. Jeder solche

Hauptteil ist in zehn Teile und jeder solche Teil nochmals in fünf Teile zerlegt; im Ganzen sind also 500 Teile vorhanden, die die Strecke von 250 mm einnehmen. Man lese an der losen Zunge an dieser **L**-Teilung z. B. ab die Stellen 301, 427, 683 u. s. f.

Nun führe man die Zunge in ihrer gewöhnlichen Lage wieder ein, stelle den am Stab rechts unten befindlichen Indexstrich **J** (dessen Lage mit der der rechten Schieber-**1** genau stimmt), der dabei auf **L** zu liegen kommt, auf die Zahl 301 der **L**-Teilung und wende dann den ganzen Rechenstab wieder um: die linke **1** der Zunge (**C-1**) weist scharf auf 2 der **D**-Teilung. Stellt man die **C-1** auf die Striche 3, 4, 5, ... von **D**, so liest man an dem Indexstrich **J** auf **L** ab: 477, 602, 699, ... Nun sind 301, 477, 602, 699 .... die Mantissen der Logarithmen der Zahlen 2, 3, 4, 5 .... (oder 20, 30, 40, 50, ... oder 0,02, 0,03, 0,04, 0,05, ... u. s. f.). Mit andern Worten: Stellt man mit der **C-1** (der Zungen-**1**) eine beliebige Zahl auf **D** ein, so liest man an dem unverändert gelassenen, umgewandten Schieber an **J** auf der gleichförmig von rechts nach links gehenden Skale **L** der Zungenrückseite (die Mantisse des) $log\ a$ ab. Ganz ebenso für die umgekehrte Aufgabe.

Der Rechenschieber kann also zur Aufsuchung der Logarithmen zu gegebenen Zahlen und zur Aufsuchung der Numeri zu gegebenen Logarithmen dienen und damit auch, wenigstens indirekt, die in 1. genannten Aufgaben lösen.

Die Strecken (1)(2), (1)(3), (1)(4), (1)(5), ... auf **D** sind ja in der That nichts andres, als die Mantissen der Briggsschen Logarithmen der Zahlen 2, 3, 4, 5, ..., in einem bestimmten Massstab aufgetragen, der nun also hier in **L** zum Vorschein kommt. Die Skalen **D** und **L** zusammen stellen eine graphische Logarithmentafel vor: um zu a den Logarithmus zu suchen, stellt man die (linke) **C-1** auf a an **D** (ohne Rücksicht auf die Kommastellung in a) und liest an **J** auf **L** die Mantisse des gesuchten Logarithmus ab, der also noch die Kennziffer beizufügen ist. Um zu einem gegebenen Logarithmus den Numerus aufzusuchen, stellt man die gegebene Mantisse (also ganz ohne Rücksicht auf die Kennziffer) an **J** auf **L** ein, worauf man an **C-1** auf **D** die Ziffern der gewünschten Zahl abliest, in die also nur noch gemäss der Kennziffer das Komma einzusetzen ist.

Beispiele. a) Für $log\,2$, $log\,20$, $log\,2000$, $log\,0{,}0002$, $log\,0{,}2$ erhält man mit Einstellung von **C-1** auf 2 an **D** am Index **J** auf **L** die Ablesung 301, und hat also für die fünf angeschriebenen Zahlen die Logarithmen: 0.301, 1.301, 3.301, $6.301 - 10\ (= -3{,}699)$, $9.301 - 10\ (= -0{,}699)$.

$$log\ 117 = (2.)\,068_3 \text{ (4-stellig 0682)}$$
$$log\ 12345 = (4.)\,091_5 \text{ (4-stellig richtig)}$$
$$log\ 123{,}45 = (2.)\,091_5.$$
$$log\ 0{,}1234 = (9.)\,091_5\,(-10) = -0{,}908_5 \text{ u. s. f.}$$

Man übe sich in diesem Aufschlagen (von den Zahlen 75 ... oder 8 ... an etwa leidet wieder die Genauigkeit durch den Spielraum der Zunge).

b) Gegeben $log\,N = 1.4756$; was ist N? Ohne Rücksicht auf die Kennziffer wird nur die Mantisse des gegebenen Logarithmus an **J** auf **L** eingestellt: 4756 (man kann noch wohl zwischen 475 und 476 trennen); an **C-1** stehen auf **D** dann die Ziffern 2990, also nun, mit Einsetzung des Kommas, gemäss der Kennziffer 1., $N = 29{,}90$ (genauer $29{,}89_5$).

$log\,N = 0.4756$; Einstellung u. Ablesung genau ebenso; mit Komma $N = 2{,}990$
$log\,N = 9.4756 - 10$; „ „ „ „ „ „ „ $N = 0{,}299$
$log\,N = 2.4756$; „ „ „ „ „ „ „ $N = 299{,}0$
u. s. f.

$log\,N = 0.344_5$; $log\,N = 1.344_5$; $log\,N = 7.344_5 - 10$,
$log\,N = 8.924_8 - 10$; $log\,N = 0.924_8$; $log\,N = 5.924_8$,

gesucht je der Numerus N. (Zum letzten Beispiel ist abermals zu bemerken, dass bei Mantissen von 9.... die Einstellung und Ablesung durch den Zungenspielraum Not leidet).

3. Anwendung auf n^{te} Potenz und n^{te} Wurzel. Nach den in **1.** angegebenen Gleichungen kann man nun die n^{te} Potenz und die n^{te} Wurzel mittelbar aufsuchen.

1. Beispiel. Was ist $2{,}1^5$ und was $\sqrt[5]{2{,}1}$? Man sucht nach **2.** den $log\,2{,}1$ und findet die Ablesung 322_4, also $log\,2{,}1 = 0.322_4$ (genauer 0.322_2); damit wird $5 \,.\, log\,2{,}1 = log\,(2{,}1^5) = 1.612$; $\frac{1}{5}\,log\,2{,}1 = log\,\sqrt[5]{2{,}1} = 0.0644_4$; Einstellung von 612 und von 064_4 an der Teilung **L** und Ablesung an **D** giebt die Ziffern 409 und 1159, also $(2{,}1)^5 = 40{,}9$ und $\sqrt[5]{2{,}1} = 1{,}159$ (die genauern Zahlen sind 40,84 und 1,1599).

2. Beispiel. Was ist $(0{,}617)^6$ und $\sqrt[6]{0{,}617}$? Einstellung von 617 auf **D** und Ablesung an **L** giebt 790_5 (nach der Logarithmentafel 7903), also

$$log\,0{,}617 = 9.790_5 - 10 \quad \text{und damit}$$
$$log\,(0{,}617^6) = 6 \,.\, log\,0{,}617 = 58 \,.\, 743 - 60 = 8.743 - 10\,,$$
$$log\,\sqrt[6]{0{,}617} = \tfrac{1}{6} . log\,0{,}617 = \tfrac{1}{6}(9.790_5 - 10) = \tfrac{1}{6}(59.790_5 - 60) = 9.963_2 - 10;$$

Einstellung von 743 und 963_2 an **L** giebt an **D** die Ablesung 553 und 920 (unscharf, s. oben), also $(0{,}617)^6 = 0{,}0553$; $\sqrt[6]{0{,}617} = 0{,}920$ (die genauern Zahlen sind 0,0552 und 0,9227).

Weitere Beispiele. Man rechne alle diese Beispiele auch logarithmisch nach, die zwei ersten auch auf andere Art mit dem Schieber (über dritte Potenz und dritte Wurzel s. § 9; a^4 und $\sqrt[4]{a}$ auch als $(a^2)^2$ und als $\sqrt{\sqrt{a}}$).

1) $(13{,}43)^3$, $\sqrt[3]{13{,}43}$; $(0{,}1343)^3$, $\sqrt[3]{0{,}1343}$;

2) $(8{,}44)^4$, $\sqrt[4]{8{,}44}$; $(0{,}0844)^4$, $\sqrt[4]{0{,}0844}$;

3) $\sqrt[7]{2}$, $\sqrt[8]{2}$, $\sqrt[9]{2}$, $\sqrt[10]{2}$, $\sqrt[12]{2}$, $\sqrt[30]{2}$;

4) $(0{,}212)^{10}$, $(0{,}212)^7$, $(0{,}0212)^5$; $\sqrt[10]{0{,}212}$, $\sqrt[12]{0{,}0212}$, $\sqrt[10]{0{,}00212}$.