Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch

Hammer, Ernst

Stuttgart, 1898

§ 11. Anhang. Die Teilungen S und T zur Rechnung mit den trigonometrischen Zahlen Sinus und Tangens.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76882

§ 11. Anhang.

Die Teilungen S und T zur Rechnung mit den trigonometrischen Zahlen Sinus und Tangens.

1. Die Teilungen. Einstellungen und Ablesungen. Wie schon in § 3, **7**. erwähnt ist, trägt die Rückseite der Zunge nicht nur die in § 10 beschriebene und benützte Teilung **L**, sondern noch zwei Teilungen, mit **S** und mit **T** bezeichnet, zur Rechnung mit *sin* und *tang*. Übrigens haben diese Teilungen **S** und **T** im allgemeinen noch weniger praktisches Interesse als die **L**-Teilung, weil nur für wenige Fälle trigonometrischer Rechnung die Genauigkeit, die der Rechenschieber geben kann, ausreicht; es soll deshalb nur noch ganz kurz und anhangsweise einiges darüber angegeben werden.

Die Einrichtung, besonders die Bedeutung der äussersten Striche u. s. f. ist bereits in § 3, **7**. angegeben, so dass gleich einige Einstellungen und Ablesungen gemacht werden können:

Lässt man zunächst die Zunge in ihrer gewöhnlichen Lage, so dass auf der Rückseite des Schiebers rechts der obere Index **i** auf **S** liegt, und stellt nun z. B. den Strich 30^0 von **S** auf **i** ein, so liest man an der Vorderseite des Schiebers auf **A** an der **B-1** die Zahl $2 = \frac{1}{sin\,30^0}$ ab; ebenso z. B. $\frac{1}{sin\,15^0} = 3{,}8\bar{7}$ (etwa $3{,}86_5$, genauer 3,8637), $\frac{1}{sin\,14^0\,10'} = 4{,}08_5$ (genauer 4,0859) u. s. f. Zwischen $0^0\,35'$ und 10^0 sind Striche von 5′ zu 5′, zwischen 10^0 und 20^0 von 10′ zu 10′, zwischen 20^0 und 40^0 von 30′ zu 30′, zwischen 40^0 und 70^0 von 1^0 zu 1^0 gezogen (zwischen 70^0 und 90^0 vgl. § 3, **7**.).

Für die **T**-Teilung sind die vorhandenen Teilstriche bereits vollständig in § 3, **7**. angegeben. Man führe die Zunge verkehrt ein, so dass aber ihre Vorderseite auf der Vorderseite des Stabs bleibt und nur wieder **C** (verkehrt) an **A**, **B** (ebenso) an **D** zu liegen kommt, und stelle z. B. $20^0\,0'$ der **T**-Teilung, auf der nun **i** liegt, auf **i** ein, so liest man an der jetzt linken **B-1** (bei normaler Lage der Zunge ist dies die rechte **B-1**) auf **D** ab: 364; es ist nämlich $tg\ 20^0\,0' = 0{,}364$; ebenso bei Einstellung von 15^0 Ablesung 267, nämlich $tg\,15^0\,0' = 0{,}268$ u. s. f. Für Winkel zwischen 45^0 und 90^0 nimmt man die *tang* nach

$$tg\,\alpha = ctg\,(90^0 - \alpha) = \frac{1}{tg\,(90^0 - \alpha)};$$

$$\text{z. B.}\quad tg\,60^0 = \frac{1}{tg\,30^0} = \frac{1}{0{,}577}\ (= 1{,}732\ldots = \sqrt{3}).$$

Man kehre diese Aufsuchungen nun auch um: Stelle, nachdem der Zunge die richtige Lage gegeben ist, gegebene *sin* oder *tang* auf **A** oder **D** ein und lese den zugehörigen spitzen Winkel am Index **i** ab.

Beispiele. 1) Winkel, dessen $sin = 0{,}435$?

2) Winkel, dessen $tang = 0{,}417$?

3) Die rechtwinkligen Coordinaten des Punkts D der Geraden CD

sind durch das Lot DB auf die durch C gehende Gerade CM bestimmt worden zu: $CB = 48{,}15$ m, $BD = 17{,}39$ m; wie gross ist der Winkel C zwischen DC und BC?

2. Andere Ablesungen. a) *Sin.* Nunmehr führe man die Zunge in der Art umgekehrt ein, dass ihre sonstige Rückseite mit den Teilungen **S**, **T** (und **L**) an die Vorderfläche des Stabs zu liegen kommt; es soll also nunmehr **S** an **A** liegen, so dass auf der Rückseite des Schiebers der Index **i** auf der Skala **B** steht. Stellt man an **i** die Zahl 5 (0,5) der rechten Hälfte von **B** ein, so steht unter der rechten **1** von **A** an **S** die Ablesung 30^0 ($\sin 30^0 = 0{,}5$) unter der mittlern **1** von **A** aber $2^0\,52'$ ($\sin 2^0\,52' = 0{,}05$). Man liest auch $2^0\,52'$ unter der rechten **A-1** ab, wenn **i** auf die 5 der linken Hälfte von **B** gestellt wird.

Man lese hienach ab: Winkel, dessen $\sin = 0{,}314$ ist; Winkel, dessen $\sin = 0{,}071$ ist; Winkel, dessen $\sin = 0{,}735$ ist (man erhält hier noch etwa $0^0{,}1$ genau, $47^0{,}3$). Sodann: $\sin 46^0 = ?$; $\sin 22^0\,25' = ?$; $\sin 1^0\,14' = ?$; $\sin 0^0\,49'{,}5$ (Zunge nicht fest genug); u. s. f.

b) *Tang.* Dreht man die Zunge um, so dass **T** an **A** anliegt und also **i** auf der Rückseite irgend einen Punkt der Skale **D** bezeichnet, so liest man z. B., wenn man 20^0 unter die rechte **A-1** bringt, an **i** ab 364, d. h. $\tan 20^0 = 0{,}364$; $tg\, 78^0 = \frac{1}{ctg\, 78^0} = \frac{1}{tg\, 12^0}$ giebt mit Einstellung von 12^0

$tg\, 78^0 = \frac{1}{0{,}212_8} = 4{,}70$ (genauerer Wert 4,7046). — Man suche auch so zu beliebigen Winkeln den Wert der *tang* und umgekehrt auf.

3. Anwendungen. Die Anwendung der Skalen **S** und **T** zur Rechnung wird nach den Erklärungen **1.** und **2.** kaum mehr weiterer Erläuterung bedürfen. Man kann, wenn in einer Rechnung die Zahlen *sin* (und *cos* nach $\cos\beta = \sin(90^0 - \beta)$) und *tang* (oder *cotg* nach $ctg\,\gamma = tg\,(90^0 - \gamma)$) gegebener Winkel vorkommen, zwei Fälle unterscheiden: entweder liest man die Werte von *sin* und *tang* (oder *cos*, *ctg*) nach den vorstehenden Regeln ab; oder aber man will ohne diese Zwischenablesungen rechnen. Es mag aber hier unterbleiben, die speziellen Rechnungsregeln aufzustellen; Jeder, der die trigonometrischen Funktionen kennt, wird sich die ihm am meisten zusagenden Regeln selbst aufstellen können, wenn er die Rechnung mit den sonstigen Skalen des Schiebers nach dem Vorhergehenden genügend beherrschen gelernt hat. Zu betonen ist nochmals, dass die praktische Bedeutung der trigonometrischen Skalen weit zurücktritt gegen die übrigen Teilungen des Rechenschiebers; schon deshalb, weil selbst ein geübter Rechner beim Auftreten trigonometrischer Zahlen von in Graden gegebener Winkeln im Zähler und Nenner von zusammengesetzten Ausdrücken nicht mehr in jedem Fall mit derselben Schnelligkeit, nach Anblick und ohne weitere Überlegung, das Dezimalkomma im Resultat richtig setzt.

Einige weitere Übungen seien aber wenigstens angeführt:

1) In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete 8,36 m, der

gegenüberliegende Winkel $10^0\,14'$; was ist die Hypotenuse? $a = \frac{b}{sin\,\beta}$; Zunge in normaler Lage; Einstellung von $10^0\,14'$ an **i**; nun aber nicht Ablesung an der **B-1**, sondern sogleich bei 836 von **B** giebt 471; Resultat also 47,1 m (genauer 47,058 m).

2) In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse 12,34 m lang, der eine Winkel ist $37^0\,25'$; was sind die zwei Katheten?

3) In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten 8,36 und 16,48 m lang; was ist der Winkel des Dreiecks und wie lang ist die Hypotenuse? ($tg\,\beta = \frac{b}{c}$; dann $a = \frac{b}{sin\,\beta} = \frac{c}{cos\,\beta}$; wie am einfachsten zu rechnen? Prüfe die Hypotenuse auch mit der **D**-Teilung durch $a = \sqrt{b^2 + c^2}$).

4) *Sinus*-Satz im ebenen Dreieck: Eine Seite eines Dreiecks ist 47,35 m lang; die Winkel des Dreiecks sind $77^0\,20'$ (Gegenwinkel der gegebenen Seite), $37^0\,25'$ und $65^0\,15'$. Wie lang sind die zwei andern Seiten?

5) In einem Dreieck sind zwei Seiten 16,5 und 19,7 m lang, der Winkel zwischen beiden ist $62^0\,5'$; was ist der Flächeninhalt F dieses Dreiecks? ($F = \frac{1}{2} b\,c\,sin\,\alpha$; wie am bequemsten zu rechnen?)

§ 12.

Genauigkeit des Rechenschiebers.

Wichtiger als die praktische Anwendung der § 11 und 10 ist, dass der Leser sich durch eigene Versuche Auskunft verschafft über seine Rechenschieber-Genauigkeit in verschiedenen Stadien seiner Übung in der Rechenschieberanwendung, und zwar hauptsächlich bei den Aufgaben, zu deren Lösung der Rechenschieber vor allem bestimmt ist: einfache Multiplikation und Division, Proportionsrechnung, beliebig zusammengesetzte Multiplikation und Division. Die folgende Betrachtung wird sich auf die einfachsten Fälle beschränken.

1. Wir setzen bei dieser Genauigkeitsbetrachtung einen Rechenschieber voraus, der in Ordnung ist, d. h. bei dem nicht etwa z. B. (bei an sich richtigen Teilungen) die Zunge durch weitres Austrocknen des Holzes u. s. f. kürzer geworden ist als der Stab, so dass wenn man die linke **B-1** an der linken **A-1** anlegt, die rechte **B-1** nicht mit der rechten **A-1** (die rechte **C-1** nicht mit der rechten **D-1**) übereinstimmt; es sollen vielmehr innerhalb der Genauigkeit, mit der man überhaupt zwei scharf gezogene Striche an zwei aneinander verschiebbaren Skalen (mit freiem Auge und Ver-