UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der ebenen Trigonometrie

Hartl, Hans

Wien [u.a.], 1906

Sekundenkorrekturen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76733

Visual Library

Aus der Betrachtung der gleichnamigen Funktionslinien der beiden Winkel ergibt sich unmittelbar:

$$\sin\beta > \sin\alpha \qquad \cos\beta < \cos\alpha$$
$$\operatorname{tg}\beta > \operatorname{tg}\alpha \qquad \operatorname{cotg}\beta < \operatorname{cotg}\alpha$$

D. h. **Bei wachsendem Winkel nehmen die Funktionen sinus und tangens zu, während die Kofunktionen, Cosinus und Cotangens, abnehmen.**

Wäre in Fig. 20 der Winkel $POQ = 1''$, so würden die Differenzen

$$\delta_1 = (\sin\beta - \sin\alpha) \qquad \delta_3 = (\cos\beta - \cos\alpha)^{*)}$$
$$\delta_2 = (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha) \qquad \delta_4 = (\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{cotg}\alpha)$$

die Veränderungen darstellen, welche die einzelnen Funktionen des Winkels α erfahren, wenn derselbe um 1 Sekunde wächst.

Diese Veränderungen, welche wir kurzweg „Sekundendifferenzen" oder „Sekundenkorrekturen" nennen wollen, sind in der Tafel für jeden Winkel und für jede Funktion unter der Überschrift $\delta 1''$ in Einheiten der letzten Dezimalstelle angegeben.

Wächst der Winkel um n Sekunden, so ist die Veränderung seiner Funktionen (annähernd) gleich der nfachen Sekundendifferenz. (Sieh' Anhang II.)

§ 7. Bestimmung der Funktionen solcher Winkel, die mit einer beliebigen Zahl von Sekunden angegeben sind.

Hat man z. B. den $\sin 37^0 42' 35''$ zu bestimmen, so findet man

zunächst aus der Tafel . . . . . $\sin 37^0 42' = 0{\cdot}61153$
und $\delta 1'' = 0{\cdot}38$
Somit ist die Korrektur für 35" . . $0{\cdot}38 \times 35$ . . . $+13{\cdot}_3$
und $\sin 37^0 42' 35'' = 0{\cdot}61166_3$

Um $\cos 23^0 15' 30''$ zu bestimmen,
suchen wir zunächst . . . . . . $\cos 23^0 14' = 0{\cdot}91891$
und $\delta 1'' = 0{\cdot}19$
Somit ist für 1' 30" oder 90" die Korrektur $= 0{\cdot}19 \times 90$ . . $-17{\cdot}_1$
und $\cos 23^0 15' 30'' = 0{\cdot}91873_9$

In gleicher Weise geht man auch bei den übrigen Funktionen vor. Man sucht zunächst den Funktionswert für den nächst kleineren,

*) δ_1 und δ_2 sind positiv, δ_3 und δ_4 negativ.

in der Tafel enthaltenen Winkel, multipliziert die nebenstehende Sekundendifferenz mit der Zahl der „Überschuß-Sekunden" und addiert die so gefundene Korrektur, wenn man es mit sinus oder tangens zu tun hat, während man bei cosinus oder cotangens die Korrektur subtrahiert.*)

Beispiele.

cos 53° 17′ = ?	tg 31° 28′ 45″ = ?	cotg 20° 37′ 13″ = ?
cos 53° 16′ = 0·59809	tg 31° 28′ = 0·61200	cotg 20° 36′ = 2·66046
0·38 × 60 .... — 23	0·67 × 45 .... + 30	3·92 × 73 .... — 286
cos 53° 17′ = 0·59786	tg 31° 28′ 45″ = 0·61230	cotg 20° 37′ 13″ = 2·65760

Übungsbeispiele.

1. Man bestimme:

a) sin 33° 45′	*e)* sin 78° 13′	*i)* sin 54° 16′ 18″
b) cos 57° 17′	*f)* cos 65° 29′	*j)* cos 17° 20′ 40″
c) tg 42° 39′	*g)* tg 39° 25′	*k)* tg 62° 35′ 10″
d) cotg 17° 47′	*h)* cotg 81° 17′	*l)* cotg 21° 17′ 15″

2. Ein rechtwinkliges Dreieck aufzulösen, von welchem gegeben sind:

α) c = 6·75 *m*	*β)* a = 34·8 *m*	*γ)* b = 44·5 *m*
$\sphericalangle$ A = 38° 45′	$\sphericalangle$ A = 38° 45′	$\sphericalangle$ A = 51° 37′

3. Auf einem Hafenturme (Fig. 21) ist ein Winkelmeßinstrument aufgestellt, dessen Achse C sich 47·75 *m* hoch über dem Seespiegel befindet. Ein in Sicht befindliches Schiff S erscheint unter einem Tiefenwinkel (Depression) $\alpha = 5° 37'$. Wie groß ist die Horizontalentfernung S F des Schiffes vom Turme?

Man löse dieselbe Aufgabe für
$\alpha = 2° 50'$, $1° 40'$, $1° 20'$.

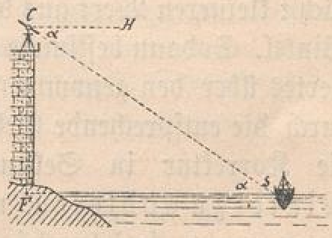

Fig. 21.

4. *a)* Es ist der Lichtbrechungsexponent n für Luft-Glas aus dem Einfallswinkel
$\alpha = 52° 35'$ (Fig. 22) und
dem Brechungswinkel $\beta = 30° 45'$ nach dem Brechungsgesetze: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ zu bestimmen.

b) Man berechne n für folgende, an einem anderen Glase beobachtete Winkel: $\alpha = 41° 20'$, $\beta = 26° 10'$.

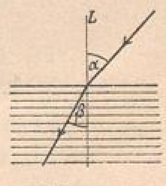

Fig. 22.

*) In den kleinen Schlömilch'schen Tafeln sind die Funktionswerte von 10 zu 10 Minuten und daneben, unter der Aufschrift D 1′, die Differenzen für 1 Minute angegeben. Um mit Hilfe dieser Tafel z. B. sin 37° 26′ zu bestimmen, entnimmt man der Tabelle sin 37° 20′ = 0·60645
Korr. 23·1 × 6 ... + 139
sin 37° 26′ = 0·60784

Resultate.

1. *a)*	0·55557	2. *a)*	a = 4·225 *m*
b)	0·54048		b = 5·264 *m*
c)	0·92116	*β)*	b = 43·36 *m*
d)	3·11776		c = 55·60 *m*
e)	0·97893	*γ)*	a = 56·18 *m*
f)	0·41496		c = 71·67 *m*
g)	0·82190	3.	485·5 *m*
h)	0·15332		964·7 *m*
i)	0·81179		1641 *m*
j)	0·95453		2051·5 *m*
k)	1·92805	4. *a)*	1·5534
l)	2·56652	*b)*	1·4977

Korrektur des aufgesuchten Winkels.

§ 8. Ist ein Winkel α durch eine seiner goniometrischen Funktionen gegeben, z. B. durch $\sin\alpha = 0·46515$, und ist dieser Sinus-Wert nicht vollständig in der Tafel enthalten, so nehme man den nächst kleineren Wert aus der Sinus-Reihe und notiere den zugehörigen Winkel. Sodann bestimme man den Überschuß des gegebenen Funktionswertes über den genommenen Tafelwert und dividiere diesen Überschuß durch die entsprechende Sekundendifferenz ($\delta 1''$). Der Quotient gibt die Korrektur in Sekunden. **Dieselbe ist zum notierten Winkel zu addieren, wenn man es mit sinus oder tangens, dagegen zu subtrahieren, wenn man es mit cosinus oder cotangens zu tun hat** (§ 6).

Beispiele.

1. $\sin\alpha = \mathbf{0·46343} \ldots \alpha = ?$

Tafel .... 0·46330 .... 27° 36′

Überschuß 13

$\delta 1'' \ldots 0·43$

*) Korrektur 13 : 0·43 = 30 ..... + 30″

$\sphericalangle\, \alpha = 27^0\, 36'\, 30''$

*) Für 1″ . . . Korrektur = 0·43

„ x″ „ = 13

x : 1 = 13 : 0·43

x = 13 : 0·43 = 30

2. $\operatorname{cotg} x = \mathbf{0{\cdot}73475} \; \ldots \; x = ?$

Tafel .... 457 .... $53^0\,42'$

$18 : 0{\cdot}75 = 24..$ $-24''$

$\sphericalangle x = 53^0\,41'\,36''$

Übungsbeispiele.

1. Man bestimme folgende Winkel:

$\sin\alpha = 0{\cdot}55501$	$\sin x = 0{\cdot}75553$
$\cos\beta = 0{\cdot}74085$	$\cos y = 0{\cdot}37599$
$\operatorname{tg}\gamma = 0{\cdot}75544$	$\operatorname{tg} u = 2{\cdot}23050$
$\operatorname{cotg}\delta = 1{\cdot}10970$	$\operatorname{cotg} v = 0{\cdot}63509$

2. Man bestimme die am Schlusse des § 5 angegebenen Winkel nach Gradmaß.

3. Wie groß sind die Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes ABC, wenn

$\alpha)$ $a = 43{\cdot}5\ cm$	$\beta)$ $a = 45{\cdot}2\ m$	$\gamma)$ $a = 45{\cdot}83\ m$	$\delta)$ $b = 35{\cdot}55\ m$
$c = 73{\cdot}8\ cm$	$b = 38{\cdot}1\ m$	$c = 59{\cdot}52\ m$	$c = 56{\cdot}48\ m$ ist?

4. Unter welchem Winkel fallen die Sonnenstrahlen ein, wenn eine vertikale Stange von $6{\cdot}785\ m$ Länge auf horizontalem Boden einen $12{\cdot}75\ m$ langen Schatten wirft? (Siehe Fig. 9.)

5. Aus dem Punkte P, dessen Entfernung vom Mittelpunkte O eines Kreises $72{\cdot}25\ cm$ beträgt, werden an den Kreis die beiden Tangenten gezogen, deren Berührungspunkte A und B sind. Der Radius des Kreises ist $r = 28{\cdot}5\ cm$. Welchen Winkel schließen die beiden Tangenten ein? Wie lang ist die Berührungssehne AB? Wie lang sind die begrenzten Tangenten PA = PB?

Resultate.

1.	$\alpha = 33^0\,42'\,41''$	$x = 49^0\,4'\,19''$
	$\beta = 42^0\,11'\,45''$	$y = 67^0\,54'\,52''$
	$\gamma = 37^0\,4'\,8''$	$u = 65^0\,51'\,7''$
	$\delta = 42^0\,1'\,24''$	$v = 57^0\,34'\,51''$
2.	$\alpha = 45^0\,35'\,6''$	$\varphi = 35^0\,15'\,53''$
	$\beta = 52^0\,11'\,7''$	$\psi = 35^0\,51'\,32''$
	$\gamma = 51^0\,20'\,25''$	$m = 61^0\,48'\,47''$
	$\delta = 59^0\,2'\,10''$	$n = 65^0\,54'\,18''$
3 $\alpha)$	$\sphericalangle A = 36^0\,6'\,59''$	$\gamma)$ $\sphericalangle A = 50^0\,21'\,11''$
	$\sphericalangle B = 53^0\,53'\,1''$	$\sphericalangle B = 39^0\,38'\,49''$
$\beta)$	$\sphericalangle A = 49^0\,52'\,18''$	$\delta)$ $\sphericalangle A = 50^0\,59'\,34''$
	$\sphericalangle B = 40^0\,7'\,42''$	$\sphericalangle B = 39^0\,0'\,26''$
4.	$28^0\,1'\,11''$	

5. $46^0\,27'\,52''$ $AB = 52{\cdot}377\ cm$ $PA = 66{\cdot}39\ cm$