Lehrbuch der ebenen Trigonometrie

Hartl, Hans

Wien [u.a.], 1906

Darstellung der Funktionen durch die Funktionslinien am Kreise.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76733

Resultate.

$a)\ \dfrac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x}$ $\qquad b)\ \cos\alpha - \sin\alpha$

$c)\ \dfrac{1}{\sin\alpha - 1}$ $\qquad d)\ \dfrac{1}{\cos x + 1}$ $\quad$ (e), f))

$g)\ \dfrac{\cos\alpha - 1}{\cos\alpha + 1}$ $\qquad h)\ \dfrac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$

Darstellung der goniometrischen Funktionen durch die Funktionslinien am Kreise.

§ 17. Als Mittel zu dieser Darstellung benützen wir einen Kreis (Fig. 56), versehen mit zwei auf einander senkrechten unbegrenzten Tangenten tt' und ss' und einen Maßstab, dessen Längeneinheit durch den Radius des Kreises gebildet wird.

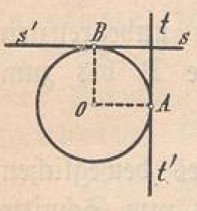

Fig. 56.

tt' heißt die unbegrenzte Tangentenlinie, ss' die unbegrenzte Cotangentenlinie.

Den zu untersuchenden Winkel legen wir stets so als Zentriwinkel in den Kreis, daß der eine (feste) Schenkel des Winkels in die feste Lage OA kommt, während der andere (bewegliche) Schenkel eine mit der Größe des Winkels veränderliche Lage annimmt.

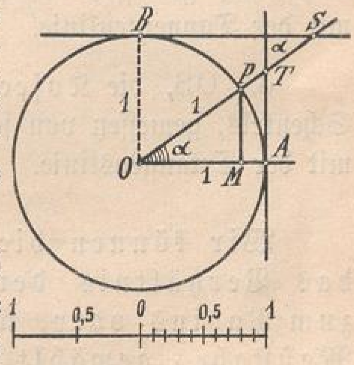

Fig. 57.

Bringen wir beispielsweise (Fig. 57) den Winkel $\alpha = 35^0$ in die besprochene Lage, so wissen wir bereits nach § 3, daß die Maßzahlen der Funktionslinien

PM	OM	AT	und	BS	unmittelbar den
sinus	cosinus	tangens	und	cotangens	des Winkels α angeben.

Nun ergibt sich aber nach § 16 aus dem

$\triangle$ OAT . . . . $\sec\alpha = \dfrac{OT}{OA}$, nach Abmessung $\dfrac{1 \cdot 22}{1} = 1 \cdot 22$,

$\triangle$ OBS . . . $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{OS}{OB}$, " " $\dfrac{1 \cdot 74}{1} = 1 \cdot 74$, so daß wir erkennen, daß die Strecken OT und OS durch ihre Maßzahlen direkt den secans bezw. den cosecans des Winkels angeben.

Wir haben nunmehr im ganzen sechs Funktionslinien, u. zw. ist:

1. **PM, die Sinuslinie,** das vom Endpunkte des beweglichen Radius OP auf den festen Radius OA gefällte Perpendikel.

2. **OM, die Cosinuslinie,** die Projektion des beweglichen Radius auf den festen Radius, gemessen von O aus.

3. **AT, die Tangenslinie,** der Abschnitt der unbegrenzten Tangentenlinie, gemessen von ihrem Anfangspunkte A bis zum Schnitte T mit dem beweglichen Schenkel.

4. **BS, die Cotangenslinie,** der Abschnitt der unbegrenzten Cotangentenlinie, gemessen von ihrem Anfangspunkte B bis zum Schnitte S mit dem beweglichen Schenkel.

5. OT, die Secanslinie, der Abschnitt des beweglichen Schenkels, gemessen von seinem Anfangspunkte O bis zum Schnitte mit der Tangentenlinie.

6. OS, die Kosecanslinie, der Abschnitt des beweglichen Schenkels, gemessen von seinem Anfangspunkte O bis zum Schnitte mit der Cotangenslinie.

Wir können die Funktionen auch definieren als das Verhältnis der gleichnamigen Funktionslinien zum Radius oder, wenn der Radius zur Einheit des Maßstabes gewählt wird, als die Maßzahlen der an diesem Maßstabe abgemessenen gleichnamigen Funktionslinien.

Diese Definitionen decken sich, so lange wir nur Spitzwinkel betrachten, vollständig mit den in § 2 gegebenen Erklärungen, sind aber auch für Winkel über 90° anwendbar, wovon wir später Gebrauch machen werden.