Lehrbuch der ebenen Trigonometrie

Hartl, Hans

Wien [u.a.], 1906

Ausrechnung algebraischer Ausdrücke durch Einführung von Hilfswinkeln.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76733

Resultate.

$\alpha_1 = 0 \cdot 73304$	$\beta_1 = 0 \cdot 93084$	$\gamma_1 = 0 \cdot 20363$
$\alpha_2 = \pi - 0 \cdot 73304$	$\beta_2 = 2\pi - 0 \cdot 93084$	$\gamma_2 = \pi + 0 \cdot 20363$
$\delta_1 = 1 \cdot 32645$	$\omega_1 = 1 \cdot 76860$	$\varphi_1 = 1 \cdot 90283$
$\delta_2 = \pi + 1 \cdot 32645$	$\omega_2 = \pi + 1 \cdot 76860$	$\varphi_2 = 2\pi - 1 \cdot 90283$

Ausrechnung algebraischer Ausdrücke durch Einführung von Hilfswinkeln.

§ 45. Manchmal erweist es sich bei Ausrechnung arithmetischer Ausdrücke, in denen mehrziffrige Zahlen in einer logarithmisch nicht brauchbaren Verbindung enthalten sind, von Vorteil, einzelne darin vorkommende Größen als Funktionen eines Hilfswinkels auszudeuten und sodann den ganzen Ausdruck durch diesen Hilfswinkel auszudrücken.

Wir wollen einen solchen Vorgang an einigen Beispielen erläutern.

1. $$\mathbf{x} = \sqrt{\mathbf{1} - (\mathbf{0 \cdot 52498})^2}$$

Setzt man $0 \cdot 52498 = \sin\varphi$, was geschehen kann, weil $0 \cdot 52498 < 1$ ist, so ist nach Tabelle $\varphi = 31^0\ 40'$

und $x = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \cos\varphi = \cos 31^0\ 40'$

$$x = 0 \cdot 85112$$

Als Probe: $x = \sqrt{1 \cdot 52498 \times 0 \cdot 47502}$

2. $$\mathbf{x} = \sqrt{\mathbf{1} - \left(\frac{\mathbf{5 \cdot 387}}{\mathbf{8 \cdot 564}}\right)^2}$$

Setzt man $\frac{5 \cdot 387}{8 \cdot 564} = \cos\varphi$ *)

so ist $\varphi = 51^0\ 1'\ 19''$

und $x = \sqrt{1 - \cos^2\varphi} = \sin\varphi$

somit $x = 0 \cdot 7774$

*) Diese Gleichsetzung ist nur möglich, wenn der linksstehende Bruch kleiner als 1 ist. (Warum?)

3. $$x = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{48 \cdot 73}{34 \cdot 56}\right)^2}}$$

Setzt man $$\frac{48 \cdot 73}{34 \cdot 56} = \operatorname{tg} \varphi,$$

so ist: $$\varphi = 54^0\ 39'\ 20''$$

und $$x = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sec \varphi} = \cos \varphi$$

somit $$x = 0 \cdot 5785$$

Übungsbeispiele.

Folgende Ausdrücke durch Einführung eines Hilfswinkels zu berechnen:

1. $x = \sqrt{1 - \left(\frac{3 \cdot 4827}{5 \cdot 683\ .\ 0 \cdot 9852}\right)^2}$ 2. $y = \sqrt{1 - \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 5398}{9 \cdot 7325}}}$

3. $z = \sqrt{1 + \left(\frac{25 \cdot 635}{19 \cdot 628}\right)^2}$ 4. $u = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt[3]{15 \cdot 6832}}}$

5. $v = \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt[5]{37 \cdot 84}}}$ 6. $w = \frac{1 - \sqrt[3]{0 \cdot 4978}}{1 + \sqrt[3]{0 \cdot 4978}}$

Resultate.

1. $x = 0 \cdot 783$
2. $\sqrt[6]{\frac{4 \cdot 5398}{9 \cdot 7325}} = \sin \varphi \ldots .\ y = \cos \varphi = 0 \cdot 47378$
3. $z = 1 \cdot 6449$
4. $\sqrt[6]{15 \cdot 6832} = \operatorname{tg} \varphi \qquad u = \cos \varphi = 0 \cdot 53429$
5. $\sqrt[10]{37 \cdot 84} = \operatorname{tg} \varphi \qquad v = \cos \varphi = 0 \cdot 57089$
6. $\sqrt[3]{0 \cdot 4978} = \cos \varphi \ldots .\ w = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0 \cdot 11573$