Die trigonometrische Auflösung des Dreieckes und der auf Dreiecke zurückzuführenden Figuren

Hartl, Hans

Wien, 1907

Begriff der winkelmessenden Verhältnisse oder Winkelfunktionen.

$0{\cdot}573 =$ sinus des Winkels 35^0	oder kürzer: $0{\cdot}573 = \sin\ 35^0$
$0{\cdot}819 =$ cosinus des Winkels 35^0	" " $0{\cdot}819 = \cos\ 35^0$
$0{\cdot}700 =$ tangens des Winkels 35^0	" " $0{\cdot}700 = \operatorname{tg}\ 35^0$
$1{\cdot}428 =$ cotangens des Winkels 35^0	" " $1{\cdot}428 = \operatorname{cotg} 35^0$

In derselben Weise gibt die am Schlusse dieser Schrift stehende Tabelle die Werte jener vier Seitenverhältnisse, die wir die **„winkelmessenden Verhältnisse"** oder die **„Winkelfunktionen"** (auch kurzweg „Funktionen") nennen wollen, für alle Spitzwinkel von 0^0—90^0 in Sprüngen von 30 zu 30 Minuten an.

Aus dieser Tabelle entnehmen wir unter Beachtung der oben stehenden Überschrift für die links angegebenen Winkel z. B.

$\sin\ 38^0 = 0{\cdot}6157 \qquad \cos\ 38^0 = 0{\cdot}7880$

$\operatorname{tg}\ 38^0 = 0{\cdot}7813 \qquad \operatorname{cotg} 38^0 = 1{\cdot}2799$

D. h. Wenn in einem rechtwinkligen Dreiecke der eine Spitzwinkel 38^0 beträgt, so ist das Verhältnis der diesem Winkel gegenüberliegenden Kathete zur Hypotenuse $= 0{\cdot}6157$, das Verhältnis der anliegenden Kathete zur Hypotenuse $= 0{\cdot}7880$, das Verhältnis der gegenüberliegenden zur anliegenden Kathete $= 0{\cdot}7813$ und das Verhältnis der anliegenden zur gegenüberliegenden Kathete $= 1{\cdot}2799$.

Anmerkung: Sowohl der sinus als auch der cosinus kann nie größer als 1 sein. Dagegen können tangens und cotangens jeden beliebigen Wert annehmen.

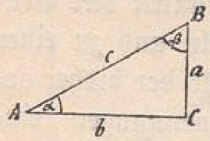

Fig. 3.

§ 4. Fassen wir beide Spitzwinkel α und β (Fig. 3) eines rechtwinkligen Dreieckes ins Auge, so finden wir, daß jede Kathete, welche dem einen Winkel gegenüberliegt, dem zweiten Winkel anliegt, und umgekehrt. So ist z. B.

a dem $\sphericalangle\ \alpha$ gegenüberliegend, dem $\sphericalangle\ \beta$ anliegend,
b dem $\sphericalangle\ \beta$ gegenüberliegend, dem $\sphericalangle\ \alpha$ anliegend.

Deshalb ist nach den in § 3 gegebenen Erklärungen

$$\frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \text{und zugleich} \quad \frac{a}{c} = \cos \beta \quad \text{daher} \quad \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\frac{a}{b} = \operatorname{tg}\ \alpha \quad \text{" "} \quad \frac{a}{b} = \operatorname{cotg} \beta \quad \text{"} \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg} \beta$$

D. h. 1. **Der sinus eines Winkels gibt zugleich den cosinus seines Komplementswinkels*) an.**

*) Unter Komplementswinkel ist der Ergänzungswinkel zu 90^0 zu verstehen. So ist z. B. der Komplementswinkel von $25^0 30'$ gleich $64^0 30'$.

2. **Der cosinus eines Winkels gibt zugleich den sinus seines Komplementswinkels an.**

3. **Der tangens eines Winkels gibt zugleich den cotangens seines Komplementswinkels an.**

4. **Der cotangens eines Winkels gibt zugleich den tangens seines Komplementswinkels an.**

In unserer Tabelle (S. 42—45) ist für jeden linksstehenden (schwarzgedruckten) Winkel in derselben Zeile am rechten Rande der zugehörige Komplementswinkel angegeben, und man erkennt leicht, daß nach vorstehenden Sätzen jeder Tabellen-Wert zweierlei Bedeutung hat. Er gibt

1. die **oben** angegebene Funktion des **linksstehenden** Winkels, und
2. die **unten** angegebene Funktion der **rechtsstehenden** Winkels an.

So ist z. B. (S. 42, 43.)

$0{\cdot}2756 = \sin 16^0 = \cos 74^0$ $\quad$ $0{\cdot}8616 = \cos 30^0 30' = \sin 59^0 30'$

$0{\cdot}6249 = \mathrm{tg}\ 32^0 = \mathrm{cotg}\ 58^0$ $\quad$ $1{\cdot}3514 = \mathrm{cotg}\ 36^0 30' = \mathrm{tg}\ 53^0 30'$

Daraus ist zu ersehen, daß eigentlich die Tabellen auf S. 44 und 45 überflüssig sind, da die Winkel von 45°—90° schon auf den Seiten 42 und 43, nämlich rechts zu finden sind. Für diese rot gedruckten Winkel gelten dann die unten angegebenen. gleichfalls rotgedruckten Funktionsbezeichnungen.

Für den Anfänger wird es sich jedoch empfehlen, die ganze Tabelle (S. 42 bis 45) zu benützen und hiebei nur die obenstehenden Funktionsbezeichnungen und die dazugehörigen linksstehenden Winkel in Betracht zu ziehen, also das Rotgedruckte vorläufig nicht zu beachten.

Um sich mit der Tabelle vertraut zu machen, löse man folgende Übungsbeispiele.

1. Man bestimme mittels der Tabelle:

sin 37°	sin 42°	sin 59°	sin 83°
sin 10° 30′	sin $51^1/_2$°	sin 70° 30′	sin $25^1/_2$°
tg 18°	tg 65°	tg 73°	tg 58°
tg 5° 30′	tg $48^1/_2$°	tg 61° 30′	tg $75^1/_2$°
cos 13°	cos 29°	cos 55°	cos 73°
cos 24° 30′	cos 82° 30′	cos $19^1/_2$°	cos $64^1/_2$°
cotg 32°	cotg 67°	cotg 17°	cotg 46°
cotg 4° 30′	cotg 37° 30′	cotg $16^1/_2$°	cotg $74^1/_2$°