Die trigonometrische Auflösung des Dreieckes und der auf Dreiecke zurückzuführenden Figuren

Hartl, Hans

Wien, 1907

Der Rhombus.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76715

19. *c)* $z = 1617\ kg$*)
$d = 1367\ kg$
d) $z = 1757\ kg$
$d = 1552\ kg$*)

20. $P = 32{\cdot}69\ kg$
$N = 67{\cdot}77\ kg$
$R = 30{\cdot}5\ kg$

21. $H.\frac{h}{3} = 4948\ mkg$
$V.d = -2892\ mkg$

22. $279{\cdot}1\ m^2$

23. $3{\cdot}596\ m$
$10{\cdot}75\ m$
$418{\cdot}47\ m^2$

§ 11. Das Rechteck

kann durch eine Diagonale in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegt und auf diese zurückgeführt werden (Fig. 18).

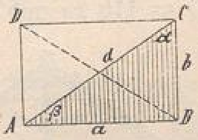

Fig. 18.

Beispiel: Welche Winkel β und α schließen die Diagonalen eines Rechteckes von den Seiten $a = 43{\cdot}2\ cm$, $b = 29{\cdot}5\ cm$ mit diesen Seiten ein?

Resultat: $\sphericalangle \beta = 34^0\,19{\cdot}5'$ $\quad \sphericalangle \alpha = 55^0\,40{\cdot}5'$

§ 12. Das gleichschenklige Dreieck

läßt sich durch die zur Grundlinie gehörige Höhe in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegen und auf diese zurückführen (Fig. 19).

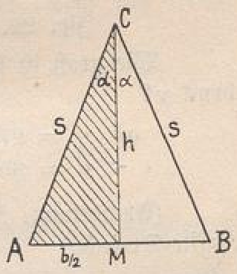

Fig. 19.

(Dabei ist zu beachten, daß die gedachte Höhe sowohl den Winkel an der Spitze als auch die Grundlinie halbiert.)

Beispiel: In einem gleichschenkligen Dreiecke ist die Höhe $h = 25{\cdot}8\ cm$, der Winkel an der Spitze 43^0. Wie groß sind Basis und Schenkel?

Resultat: $b = 20{\cdot}324\ cm$, $s = 27{\cdot}73\ cm$.

§ 13. Der Rhombus

zerfällt durch die beiden Diagonalen in vier kongruente rechtwinklige Dreiecke, auf welche er zurückgeführt werden kann (Fig. 20).

(Dabei ist zu beachten, daß die zu einander senkrechten Diagonalen sich selbst und die vier Rhombuswinkel halbieren.)

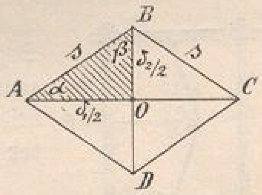

Fig. 20.

Beispiel: In einem Rhombus, dessen Spitzwinkel $61^0 20'$ beträgt, ist die kürzere Diagonale $d_2 = 4{\cdot}75\ m$. Man berechne die zweite Diagonale d_1 und die Rhombusseite s.

Resultat: $d_1 = 8{\cdot}010\ m$, $s = 4{\cdot}656\ m$.

---

*) Nach Fig. 13 c ist die bei c wirksame Belastung gleich $Q + P = \frac{3}{2}\,Q$. Somit werden auch die Komponenten d und z $1\frac{1}{2}$ mal so groß. Es sind daher die Resultate des Beispiels 19 mit $1\frac{1}{2}$ zu multiplizieren.

Übungsbeispiele.

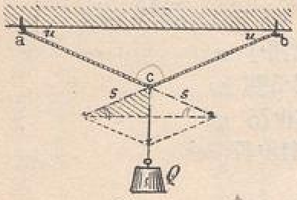

Fig. 21.

1. *a)* Wie groß sind die Seilspannungen s in den beiden gleich langen Seilstücken a c und b c (Fig. 21), wenn bei c die vertikale Belastung $Q = 75 \cdot 5\ kg$ wirkt und $\sphericalangle u = 27^\circ\, 15'$ ist?

b) Welchen Durchmesser d müßte ein Hanfseil (in Fig. 21) haben, um bei einem Neigungswinkel $u = 25^\circ$ die Last $Q = 325\ kg$ zu tragen, wenn für 1 cm^2 Querschnitt 103 *kg* zulässige Beanspruchung gerechnet werden?

c) Wie groß ist der von den beiden Seilstücken gebildete Winkel, wenn $Q = 110\ kg$ und $s = 75\ kg$ ist?

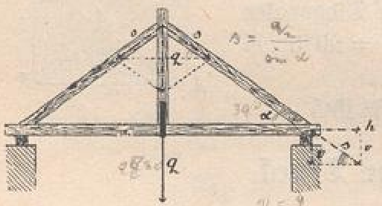

Fig. 22.

2. Auf die Hängesäule eines einfachen Hängewerks (Fig. 22) wirkt als Zug nach abwärts die Kraft $q = \frac{5}{8}$ der Gesamtbelastung Q.

Wie groß ist der Druck s in den Streben, wenn diese unter einem Winkel α gegen die Horizontale geneigt sind?

Wie groß ist ferner der Horizontalschub h im Hauptbalken und der Vertikaldruck v?

a) $q = 2730\ kg$ *b)* $q = 5685\ kg$ *c)* $q = 3437 \cdot 5\ kg$

$\sphericalangle \alpha = 39^\circ$ $\sphericalangle \alpha = 38^\circ$ $\sphericalangle \alpha = 37\tfrac{1}{2}^\circ$

(Anmerkung: Man berücksichtige die Kongruenz der entstehenden rechtwinkligen Kräfte-Dreiecke.)

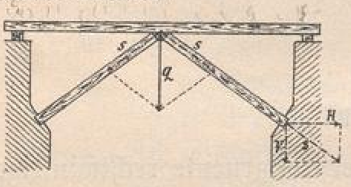

Fig. 23.

3. Wie groß ist der Strebendruck s in den Streben eines einfachen Sprengwerks (Fig. 23), wenn in der Mitte des Hauptbalkens der Druck $q = 4200\ kg$ vertikal abwärts wirkt und die beiden Streben unter dem Winkel $w = 40^\circ$ gegen den Horizont geneigt sind?

Wie groß sind der Horizontalschub H und der Vertikaldruck V gegen die Mauer?

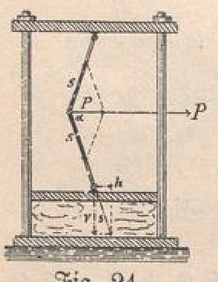

Fig. 24.

4. *a)* An einer einfachen Kniepresse (Fig. 24), deren Schenkel den Winkel 177° mit einander einschließen, wirkt horizontal die Kraft $P = 25\ kg$. Wie groß ist der Druck s in den beiden Schenkeln, und wie groß sind der Horizontalschub h und der vertikale Preßdruck v?

b) Wie groß muß die Kraft P sein, wenn bei einer gegenseitigen Neigung der Schenkel von 176° ein Preßdruck (v) von 500 *kg* erzielt werden soll?

c) Unter welchem Winkel müssen sich die beiden Schenkel einstellen, wenn die horizontal wirkende Kraft $P = 40\ kg$ einen Preßdruck $v = 600\ kg$ hervorbringen soll?

5. Von der Gesamtbelastung Q eines doppelten Hängewerkes (Fig. 25) wird auf jede Hängesäule die als Zug nach abwärts wirkende Kraft $q = \frac{11}{30}$ Q übertragen.

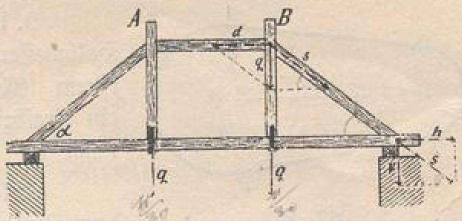

Fig. 25.

$s = \frac{q}{\sin\alpha}$ $d = q \cdot \operatorname{ctg}\alpha$

Man berechne die Spannung s in den Streben und den Druck d im Spannriegel. Wie groß muß die Querschnittsfläche f des letzteren sein, wenn auf 1 cm^2 Querschnitt 75 *kg* zulässige Beanspruchung gerechnet werden und wenn

a) Q = 18700 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 40\frac{1}{2}^0$ *b)* Q = 6660 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 42^0$ ist?

6. *a)* Auf die Stütze s eines einfach armierten Trägers (Fig. 26) wird der vertikale Druck q = 2500 *kg* übertragen. Wie groß ist die Zugspannung z in den schmiedeeisernen Zugstangen, wenn $\sphericalangle\, \alpha = 18\frac{1}{2}^0$ ist?

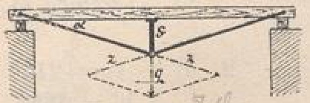

Fig. 26.

Welchen Durchmesser d müssen diese Zugstangen erhalten, wenn auf 1 cm^2 Querschnitt 700 *kg* zulässige Beanspruchung gerechnet werden?

b) Dieselbe Aufgabe ist für folgende Angaben zu lösen:

q = 1875 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 11^0\, 20'$.

7. Von der gleichmäßig verteilten Belastung Q eines doppelt armierten Trägers (Fig. 27) wird auf jede Stütze der vertikal abwärts wirkende Druck $q = \frac{11}{30}$ Q übertragen. Wie groß sind die Zugspannungen z_1 und z_2 in den Zugstangen für folgende Angaben:

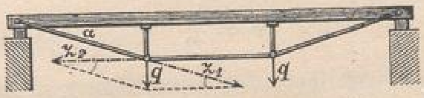

Fig. 27.

$z_1 = \frac{q}{\sin\alpha}$

$z_2 = q \cdot \operatorname{ctg}\alpha$.

a) Q = 6750 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 12\frac{1}{2}^0$ *b)* Q = 8400 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 10^0$ *c)* Q = 9650 *kg* $\sphericalangle\, \alpha = 13^0\, 45'$

Wie groß müssen die Durchmesser der verwendeten Zugstangen genommen werden, wenn auf 1 mm^2 Querschnitt 7 *kg* zulässige Belastung gerechnet werden?

8. Zwei in ebenem Gelände führende geradlinige Bahnstrecken MA und NB (Fig. 28), welche mit einander den Winkel ω einschließen, sollen durch einen Kreisbogen vom Halbmesser R mit einander verbunden werden. Man berechne die „Tangentenlänge" PA und PB, und die Entfernung des Bogenscheitels S von dem Winkelpunkte P, wenn

a) ω = 102° R = 325 *m* *b)* ω = 95° 30′ R = 285 *m* *c)* ω = 110° 20′ R = 375 *m* ist?

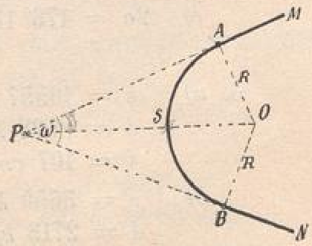

Fig. 28.

PA (PB) = $R \cdot \operatorname{ctg}\frac{\omega}{2}$

PS = $\frac{R}{\sin\frac{\omega}{2}} - R = 1$

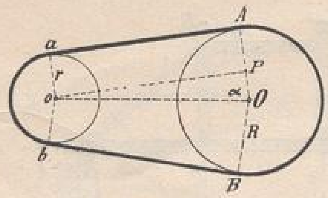

Fig. 29.

9. Über zwei Riemenscheiben (Fig. 29) von den Halbmessern $R = 60\ cm$ und $r = 35\ cm$ und einem Mittelpunktsabstand $a = 180\ cm$ wird ein Treibriemen gelegt. Man berechne die Riemenlänge L.

Anleitung: Man bestimme den Winkel α aus dem Dreiecke oPO.

Resultate.

1. *a)* $s = 8244\ kg$
   b) $d = 2{\cdot}18\ cm$
   c) $85^\circ\, 40'$

2. *a)* $s = 2169\ kg$
   $h = 1685\ kg$
   $v = \frac{q}{2}$
   b) $s = 4617\ kg$
   $h = 3638\ kg$
   $v = \frac{q}{2}$
   c) $s = 2823\ kg$
   $h = 2240\ kg$
   $v = \frac{q}{2}$

3. $s = 3267\ kg$
   $V = \frac{q}{2}$
   $H = 2503\ kg$

4. *a)* $s = 477\ kg$
   $h = 12{\cdot}5\ kg$
   $v = 477\ kg$
   b) $P = 34{\cdot}9\ kg$
   c) $2\alpha = 176^\circ\, 11'$

5. *a)* $s = 10557\ kg$
   $d = 8028\ kg$
   $f = 107\ cm^2$
   b) $s = 3650\ kg$
   $d = 2713\ kg$
   $f = 36{\cdot}2\ cm^2$

6. *a)* $z = 3939{\cdot}5\ kg$
   $d = 26{\cdot}77\ mm$
   b) $z = 4768{\cdot}5\ kg$
   $d = 29{\cdot}45\ mm$

7. $z_1 = \frac{q}{\sin\alpha}$
   $z_2 = q \operatorname{cotg} \alpha$
   $d_1 = \sqrt{\frac{4\, z_1}{7\, \pi}}$
   $d_2 = \sqrt{\frac{4\, z_2}{7\, \pi}}$
   a) $z_1 = 11437\ kg$
   $z_2 = 11164\ kg$
   $d_1 = 45{\cdot}61\ mm$
   $d_2 = 45{\cdot}06\ mm$
   b) $z_1 = 17732\ kg$
   $z_2 = 17468\ kg$
   $d_1 = 56{\cdot}79\ mm$
   $d_2 = 56{\cdot}36\ mm$
   c) $z_1 = 14887\ kg$
   $z_2 = 14460\ kg$
   $d_1 = 52{\cdot}037 mm$
   $d_2 = 51{\cdot}285 mm$

8. *a)* $PA = 263{\cdot}2\ m$
   $PS = 93{\cdot}2\ m$
   b) $PA = 258{\cdot}9\ m$
   $PS = 100\ m$
   c) $PA = 261\ m$
   $PS = 81{\cdot}8\ m$

9. $\alpha = 82^\circ\, 1'$
   $L = 662\ cm$