Die trigonometrische Auflösung des Dreieckes und der auf Dreiecke zurückzuführenden Figuren

Hartl, Hans

Wien, 1907

Beziehungen zwischen den Funktionen eines und desselben Winkels.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76715

8. Der Querschnitt einer Lagerschale besteht aus einem halben regelmäßigen Achtecke von der Seite $s = 42$ *mm*, aus welchem ein Halbkreis vom Durchmesser $d = 80$ *mm* herausgeschnitten ist. Wie groß ist die Querschnittsfläche?

Resultate.

1. *a)* 2355 mm^2
   b) 73·59 cm^2
   c) 965·92 cm^2
   d) 118·26 m^2
2. $F_5 = 383{\cdot}5$ cm^2
   $F_8 = 456{\cdot}2$ cm^2
   $F_{12} = 483{\cdot}87$ cm^2
   $F_{15} = 492$ cm^2
3. 66682 *kg*
4. 4·506 *kg*
   Die Platte ist genügend groß.
5. 2·04 m^2
6. 1·294 m^2
7. $s = 0{\cdot}557$ *m*
   $w = 1{\cdot}345$ *m*
8. $f = 1745$ mm^2

Anhang.

Zusammenhang zwischen den Funktionen eines und desselben Winkels.

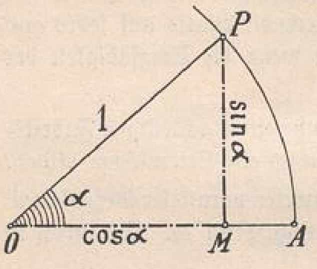

Fig. 46.

Wenn in Fig. 46 der Kreishalbmesser $OA = OP = 1$ ist, so geben die Maßzahlen der Strecken PM und OM nach § 2 unmittelbar den sinus, bezw. cosinus des Winkels α an. Durch Anwendung des Pythagoräischen Lehrsatzes auf das rechtwinklige Dreieck OMP erhält man:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1^{*)} \qquad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \qquad \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

Aus dem Dreiecke OMP folgt ferner:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{PM}{OM} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{OM}{PM} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

---

*) $\sin^2\alpha = (\sin\alpha)^2$. $\cos^2\alpha = (\cos\alpha)^2$.

Mit Hilfe der vorstehenden Formeln vermag man, wenn der sinus (cosinus) eines Winkels gegeben ist, zunächst den cosinus (sinus) und hierauf den tangens und cotangens desselben Winkels zu berechnen:

Ist z. B. $\sin\alpha = 0{\cdot}6$, so ist $\cos\alpha = \sqrt{1 - 0{\cdot}6^2} = \sqrt{0{\cdot}64} = 0{\cdot}8$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{\cdot}6}{0{\cdot}8} = 0{\cdot}75 \qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{0{\cdot}8}{0{\cdot}6} = 1{\cdot}33333$$

Übungsbeispiele.

Man bestimme aus den folgenden Angaben cosinus, tangens und cotangens des betreffenden Winkels:

1. $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ 2. $\sin 30^0 = 0{\cdot}5$ 3. $\sin 20^0 = 0{\cdot}342$

2. $\sin 18^0 = 0{\cdot}309$ 5. $\sin 56^0 = 0{\cdot}829$ 6. $\sin 52^0 = 0{\cdot}788$

Man bestimme aus folgenden Angaben sinus, tangens und cotangens des betreffenden Winkels:

7. $\cos\alpha = \frac{12}{37}$ 8. $\cos 36^0 = 0{\cdot}809$ 9. $\cos 40^0 = 0{\cdot}766$

10. $\cos 47^0 = 0{\cdot}682$ 11. $\cos 63^0 = 0{\cdot}454$ 12. $\cos 59^0 = 0{\cdot}515$

Resultate.

1. $\frac{12}{13}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{12}{5}$ 2. 0·8660, 0·5774, 1·732

3. 0·9397, 0·3640, 2·748 4. 0·9511, 0·3249, 3·078

5. 0·5592, 1·483, 0·6745 6. 0·6157, 1·280, 0·7813

7. $\frac{35}{37}$, $\frac{35}{12}$, $\frac{12}{35}$ 8. 0·5878, 0·7265, 1·376

9. 0·6428, 0·8391, 1·192 10. 0·7314, 1·072, 0·9325

11. 0·8910, 1·963, 0·5095 12. 0·8572, 1·664, 0·6009