Schattirungskunde

Riess, Karl

Stuttgart, 1871

§. 45. 46. Cylinderfläche mit beliebigem Querschnitt

urn:nbn:de:hbz:466:1-76877

mittelpunkt die Linie (M N, M'N') parallel mit (m n, m'n') ziehen, die Projectionen desjenigen grössten Kreises (c d, g h) zeichnen, der senkrecht auf (M N, M'N') steht, was am leichtesten mit Hilfe der projicirenden Ebenen M N und M'N' geschehen wird. In der Umklappung der horizontalprojicirenden Ebene M N erhält man den Kreis K als Schnittkreis und M N'' ist die Umklappung der durch den Mittelpunkt gehenden Linie; der Durchmesser a''b'' (senkrecht auf M N'') ist die Umklappung des Berührungskreises, der nun in ähnlicher Weise, wie in §. 36 gezeigt wurde, in die Horizontal- und Vertikal-Projection gebracht werden kann. Die o erhaltenen Elipsen a c b d und e g' f' h sind nun die Projectionen eines Kreises, in welchem ein zu (R S, R'S') paralleler Cylinder die Kugel berührt. Selbstverständlich müssen die Projectionen desjenigen Kreises (x z, x'z'), in welchem eine dem Cylinder einbeschriebene Kugel diesen berührt, den Projectionen des Kreises (c d, g h) ähnlich sein; doch braucht man diese nicht zu construiren, da man die Helligkeitspunkte des Bogens c a d auf die Axe c d und von da auf die Axe x z übertragen kann. Man hat sodann nur noch die betreffenden Mantellinien zu ziehen. In der Vertikal-Projection ist das Verfahren das gleiche.

§. 45.

D e r n o r m a l e Q u e r s c h n i t t d e s C y l i n d e r s s e i e i n e b e l i e b i g e C u r v e.

Die Cylinderfläche sei parallel zu einer der Grund-Ebenen, z. B. zur Vertikal-Ebene (Fig. 39. Taf. VI.). Die Kugel b a c berührt die Cylinderfläche im Punkt a, beide Flächen müssen daher im Punkt a die nemliche Helligkeit haben. Zeichnet man die Berührungs-Ebene m n im Punkt a, so hat die damit parallele Berührungs-Ebene M N an der Normalkugel die Helligkeit des Punktes A; dieselbe Helligkeit muss aber auch die Berührungs-Ebene m n und die Mantellinie (a, a'a'') haben. Das Verfahren ist demnach einfach folgendes: ziehe an den Kugelumriss K eine Tangente M N (womöglich an einen der Punkte, in welchen die Hellencurven der Kugel deren Umriss berühren), parallel mit M N an die Cylinderspur so viele Tangenten (m n) als möglich sind; die durch die Berührungspunkte a, d, e gehenden Mantellinien a'a'', d'd'', e'e'' haben sodann die Helligkeit des Punktes A.

Hat die Cylinderfläche zu einer der Grund-Ebenen eine schräge Lage, wie z. B. das Cylinderstück a b c d (Fig. 40. Taf. VI.), so schneide man dasselbe durch eine normale Ebene m n und lege durch den Kugelmittelpunkt eine mit m n parallele Ebene M N. Berührt nun eine Ebene den Normalschnitt m n, so wird an M N stets eine parallele Berührungs-Ebene möglich sein. Klappt man die Ebenen m n und M N um, so erhält man einerseits das Profil e f g h, andererseit den Halbkreis N E M. Legt man an f und F parallele Tangenten, so sind dies die Spuren der die

Schnitte mn und MN berührenden Ebenen in der Umklappung. Der Punkt F, in seine ursprüngliche Lage zurückgebracht, ergibt den Punkt f'' (mit der Helligkeit + 1³/₄). Dieselbe Helligkeit, welche f'' hat, hat auch der Punkt f, beziehungsweise die durch f gehende Mantellinie. Die Tangente im Punkt g ist parallel zu der in f, also hat auch die durch g gehende Mantelline die Helligkeit des Punktes f'' der Normalkugel (d. h. ebenfalls + 1³/₄).

§. 46.

Ist der normale Querschnitt des Cylinders eine beliebige Curve und ist seine Axe gegen beide Grund-Ebenen geneigt (Fig. 41. Taf. VII.), so verschaffe man sich die Projectionen des Normalschnittes, indem man den Cylinder durch eine Ebene F G H senkrecht zur Richtung seiner Axe oder seiner Mantellinien schneidet. Legt man zugleich durch den Kugelmittelpunkt eine mit F G H parallele Ebene und construirt deren Durchschnitt mit der Kugeloberfläche, was in der schon mehrfach erwähnten Weise geschehen kann, so hat man nur an die Projection des normalen Cylinderschnittes Tangenten P Q, M'N' ... zu ziehen, die damit parallelen Tangenten p q, m'n' ... an die Kugelschnitte berühren diese in b, a' ... Die Punkte B, A' ... und daher auch die durch B, A' gehenden Cylinder-Mantellinie haben die Helligkeit der Punkte b, a' u. s. f.

§. 47.

Beleuchtung hohler Cylinder.

Die concave Cylinderfläche a b c (Fig. 42. Taf. VI.) wird von der Kugel in dem Bogen (a b c, a'b'c') berührt; dass hier zur Construction der Beleuchtung die concave Normalkugel zur Anwendung kommen muss, bedarf wohl kaum der Erwähnung. Man hat demnach nur durch die auf a'b'c' liegenden Helligkeitspunkte Mantellinien zu ziehen, und diese mit den gleichen Namen und Vorzeichen zu versehen. Ist der Durchmesser der Normalkugel kleiner oder grösser als a'c', so müssen selbstverständlich die Helligkeitspunkte proportional auf a'c' übertragen werden.

Fig. 43. Taf. VII. zeigt ein weiteres Beispiel der Beleuchtung hohler Cylinderflächen, das namentlich auf die Canelirungen von Säulenschäften anwendbar ist. Auf den Cylinder A'B' passt die eben beschriebene Construction. Die den Cylindern einbeschriebenen Kugeln w, v, x, y, z ... berühren diese in den Bögen (b o c, b'c'), (d p e, d'e'), (h r i, h'i') ... Da aber von der Mitte p, q, r ... des Berührungsbogens aus nach links und