Schattirungskunde

Riess, Karl

Stuttgart, 1871

§. 71. Allgemeines Problem der Beleuchtungsconstructionen

urn:nbn:de:hbz:466:1-76877

Umdrehungsflächen zu betrachten, deren Mantellinien parallel zur Horizontal-Ebene und senkrecht zur Richtung des Lichtstrahls sind.

Ist z. B. die Curve $G D''' A'' D'' H$ (Fig. 67. Taf. XV.) der Meridian einer Umdrehungsfläche, $S' S''$ die Drehungsaxe, beide projicirt auf eine zum Lichtstrahl parallele Seiten-Ebene MN; ist der um o'' beschriebene Kreis die Projection der Kugel auf dieselbe Seiten-Ebene, so ist die zu L'' senkrechte Sehne VW ein Kreis gleicher Helligkeit. Sind die Tangenten an den Punkten D'' und D''' des gegebenen Meridians parallel der Tangente am Punkt D, so ist bekanntlich die Beleuchtung in den Parallelkreisen $D'''F'''$ und $D''F''$ dieselbe wie im Parallelkreis DF der Kugel; ist ferner:

$$D''E'' : D''F'' = DE : DF$$
$$D'''E''' : D'''F''' = DE : DF$$

so haben die Punkte E'' und E''' die gleiche Helligkeit wie der Punkt E u. s. f.

Nun wird aber der Parallelkreis DF von dem Hellenkreis VW in zwei Punkten p und p' geschnitten, deren Verbindungslinie pp' parallel zur Horizontal-Ebene und senkrecht zum Lichtstrahl L ist, d. h. der Punkt E der Seitenprojection entspricht den beiden Punkten p und p' in der Horzizontalprojection. Dasselbe findet auch statt an der Umdrehungsfläche; auch hier entspricht der Punkt E'' der Seitenprojection den beiden Punkten e und e' im Grundriss. Die Verbindungslinie ee' ist aber nothwendig parallel mit pp', also ebenfalls parallel zur Horizontal-Ebene und senkrecht zum Lichtstrahl. Dasselbe lässt sich für jeden Punkt der Curve $W'' B'' B''' V''$ nachweisen. Alle durch die Punkte $W'' E'' B'' B''' \ldots V''$ gehenden Geraden cc', $bb' \ldots$ sind als Mantellinien eines Cylinders zu betrachten, dessen Leitlinie (resp. Spur in der Seiten-Ebene) eben jene Curve $W'' E'' B'' B''' \ldots V''$ ist und dessen Durchdringung mit der Umdrehungsfläche die dem Hellenkreis VW der Kugel entsprechende Hellencurve auf der Umdrehungsfläche erzeugt.

§. 71.

Bekanntlich ist die Helligkeit eines Punktes P einer Fläche von der Grösse des Winkels abhängig, welchen der Lichtstrahl mit der Normalen im Punkt P der Fläche macht, in allen Punkten, in welchen jener Winkel gleich ist, ist auch die Helligkeit dieselbe, und die Hellencurven einer Fläche sind nichts anderes, als die stetigen Verbindungslinien derjenigen Punkte, in welchen eben jene Winkel gleich sind.

Die Construction der Hellencurven ist daher gleichbedeutend mit der Aufgabe, solche Punkte einer Fläche aufzusuchen, in welchen die Normalen mit einer gegebenen Linienrichtung gleiche Winkel machen.

Alle im zweiten Abschnitt besprochenen speciellen Fälle werden daher in folgender allgemein gefassten Aufgabe enthalten sein:

Es ist gegeben eine Gerade (mn, m'n') (Fig. 68. Taf. XV.) und eine Fläche z. B. eine Umdrehungsfläche (svws'), man soll auf derselben Punkte suchen, deren Normalen mit (mn, m'n') einen Winkel $= \alpha$ einschliessen.

Da alle Normalen von der verlangten Art mit einer zu (mn, m'n') parallelen Linie denselben Winkel α machen, so müssen offenbar alle Linien, welche wir parallel mit jenen Normalen durch einen Punkt ss' der Geraden [mn, m'n'] ziehen, die Mantellinien einer Drehungskegelfläche bilden, deren Spitze (s, s') und deren Axe die Linie (mn, m'n') ist.

Diese Kegelfläche können wir uns aber leicht verschaffen, wenn wir die horizontal-projicirende Ebene mn, sammt deren Schnitt mit der Kegelfläche in die Horizontal-Ebene umklappen. Wir erhalten als Umklappung von (ns, n's') die Linie ns'' und als Umklappung des Schnittes mit dem Kegel das Dreieck as''b, dessen Seiten as'' und bs'' mit s''n den Winkel α einschliessen müssen.

Die Horizontalspur des Kegels (d. h. die Elipse abcd) kann ohne Schwierigkeit construirt werden.

Um nun irgend einen Punkt der verlangten Art auf der Umdrehungsfläche zu finden, wird man eine beliebige Mantellinie (se, s'e') des Kegels zeichnen und die zu dieser Linie parallele Normale auf der Umdrehungsfläche suchen müssen.

Die Normale gt im Punkt g des Meridians vw schneidet die Axe ss' in o; bei der Umdrehung bleibt die Normale gt stets normal auf der Fläche, während ihr Fusspunkt g den Parallelkreis gi beschreibt. Jede Verbindungslinie eines auf dem Parallelkreis gi liegenden Punktes mit o ist daher eine Normale auf der Umdrehungsfläche, und jede derselben macht mit der Horizontal-Ebene den Winkel tof.

Bringt man daher die Mantellinie (se, s'e') in die zur Vertikal-Ebene parallele Lage (se'', s'e''') und zieht to $\parallel$ s'e''' so, dass to zugleich normal auf dem Meridian vw ist (was am besten mit Zuhilfenahme der zu s'e''' senkrechten Tangente geschieht), so hat man nur noch den Parallelkreis gi zu zeichnen und ko $\parallel$ s'e' zu ziehen, alsdann ist der Punkt h, in welchen gi von ko geschnitten wird, ein Punkt von der Art, dass wenn man durch h eine Linie parallel zu (mn, m'n') legen würde, der Winkel zwischen ihr und der Normalen hk gleich dem gegebenen Winkel α wäre.

Für jede beliebige andere Mantellinie des Kegels (ss') würden sich nun weitere dem Punkt h entsprechende Punkte finden lassen, deren stetige Verbindung eine Curve liefert, welche die Eigenschaft hat, dass alle innerhalb derselben auf der Drehungsfläche errichteten Normalen mit der Richtung der Linie (mn, m'n') den Winkel α einschliessen.