UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 1. Die geradlinige, gleichförmige Bewegung. Beispiele 1-8

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Visual Library

Erster Abschnitt.

Phoronomie oder geometrische Bewegungslehre.

§ I. Die geradlinige, gleichförmige Bewegung.

Bewegt sich ein starrer Körper so, daß alle seine Teilchen konstante Geschwindigkeit haben und parallele Wege beschreiben, dann ist seine Bewegung eine geradlinige, gleichförmige.

Die Lage des Körpers ist vollständig bestimmt, wenn man diejenige eines seiner Punkte kennt. Es läßt sich somit die Untersuchung der Bewegung auf die eines Punktes beschränken.

Da die Geschwindigkeit c konstant ist, wird nach einer Sekunde der Weg c Meter, nach 2 Sekunden der Weg $c \cdot 2$ Meter, nach t Sekunden der Weg $c \cdot t$ Meter zurückgelegt. Also erhält man für den Weg, welchen ein Körper gleichförmig macht, die Formel

$$s = c \cdot t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Für die Zeit t_1 wäre der Weg $s_1 = c \cdot t_1$. — Durch Division der beiden letzten Gleichungen wird dann

$$\frac{s_1}{s} = \frac{t_1}{t} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

„Bei gleichen Geschwindigkeiten verhalten sich die Wege wie die Zeiten, in welchen sie zurückgelegt werden.“

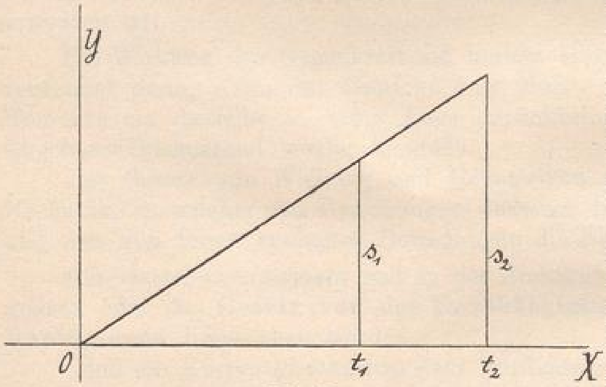

Fig. 2.

Eine zeichnerische (graphische) Darstellung des Weges bei einer gleichförmigen Bewegung ergibt sich auf folgende Weise:

Trägt man auf einer horizontalen Geraden $\overline{OX}$, Fig. 2, vom Punkte O aus die Zeiten als Längen auf und errichtet man in den einzelnen Zeitpunkten Senkrechte, deren Größe gleich den in diesen zurückgelegten Wege sind, so ergibt der geometrische Ort der Endpunkte der letzteren die sogenannte **Weg-**

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

linie. Dieselbe muß durch O gehen, weil für $t = o$ auch $s = o$ ist — sie ist eine Gerade, da laut Formel (4) $\frac{s_1}{s} = \frac{t_1}{t}$ sein muß. Die Geraden $\overline{OX}$ und $\overline{OY}$, auf welchen Zeiten und Wege abgetragen werden, heißen **Koordinatenachsen**, die Zeiten und Wege **Koordinaten (Abszissen und Ordinaten).**

Werden aber in den einzelnen Zeitpunkten Senkrechte von der Größe c errichtet, so ist die Verbindungslinie der Endpunkte der letzteren die zur $\overline{OX}$-Achse parallele **Geschwindigkeitslinie** $\overline{BC}$. — Der Inhalt des Rechteckes $OABC$, Fig. 3, ist $c \cdot t$, also gleich dem in der Zeit t mit der Geschwindigkeit c zurückgelegten Wege s. — Demnach ist der Weg einer geradlinigen, gleichförmigen Bewegung durch ein Rechteck mit der Basis t und der Höhe c dargestellt.

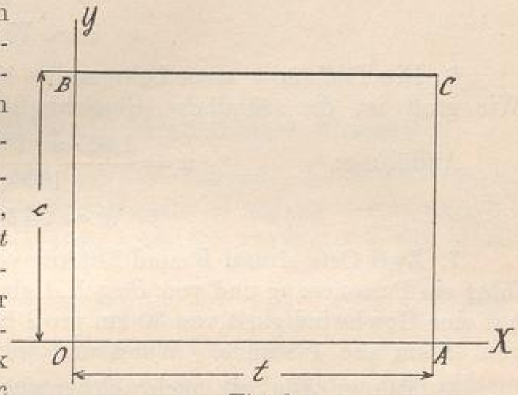

Fig. 3.

Beispiele.

1. Welche Geschwindigkeit besitzt ein Fußgänger, welcher in der Minute 115 Schritte à 0,75 m macht?

Auflösung: $$c = \frac{115 \cdot 0{,}75}{60} = \frac{115 \cdot 0{,}05}{4} = \frac{5{,}75}{4}$$

$$c \sim \mathbf{1{,}44\ m}$$

2. In welcher Zeit gelangt ein Lichtstrahl von der Sonne zur Erde, wenn die Entfernung beider 20000000 Meilen und die Geschwindigkeit des Lichtes mit 40000 Meilen angenommen wird?

Auflösung: $$t = \frac{s}{c} = \frac{20000000}{40000} = 500 \text{ Sek.}$$

$$\boldsymbol{t} = \mathbf{8\ Min.\ 20\ Sek.}$$

3. Ein Bote brauchte zu einem Wege von 30 km 4 Stunden 40 Minuten. Welchen Weg legte er in einer Stunde zurück?

Auflösung: $t = 4^2/_3$ Stunden, daher

$$x = \frac{30}{4\frac{2}{3}} = \frac{30}{\frac{14}{3}} = \frac{90}{14} = \frac{45}{7}$$

$$x \sim \mathbf{6{,}45\ km}$$

4. Wie groß ist die Geschwindigkeit eines Schnellzuges, der in einer Stunde 90 km zurücklegt?

Auflösung: $$c = \frac{90000}{60 \cdot 60} = \frac{100}{4}$$

$$\boldsymbol{c} = \mathbf{25\ m/sek.}$$

5. Ein Schnellzug legt die Strecke von 30 km in 24 Minuten zurück. Wie groß ist seine stündliche Geschwindigkeit?

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Auflösung: In 24 Min. . . . . 30 km

$$\frac{\text{,, 60 ,, } \ldots\ldots x \text{ ,,}}{x : 30 = 60 : 24}$$

$$x = \frac{30 \cdot 60}{24}$$

$$\boldsymbol{x \sim 75\ \mathrm{km}/1^h}$$

6. Die Triebräder einer Lokomotive haben einen Durchmesser von 1,98 m. Wie groß ist die stündliche Geschwindigkeit der Maschine bei 250 Touren?

Auflösung: $$x = \frac{1{,}98 \cdot \pi \cdot 250 \cdot 60}{1000}\ \mathrm{km}$$

$$\boldsymbol{x \sim 93\ \mathrm{km}}$$

7. Zwei Orte A und B sind 210 km voneinander entfernt. Von A nach B fährt ein Personenzug und von B nach A gleichzeitig ein Schnellzug ab. Ersterer hat eine Geschwindigkeit von 30 km pro 1 Stunde, letzterer eine Geschwindigkeit von 75 km pro 1 Stunde. Wann und wo begegnen sich die Züge?

Auflösung: Die Zeit, nach welcher sich beide Züge begegnen, sei x Stunden. Dann ist der Weg des Personenzuges 30 x, derjenige des Schnellzuges 75 x km. Beide Wege müssen 210 km sein. Demnach gilt

$$30\,x + 75\,x = 210$$

$$105\,x = 210$$

$$\boldsymbol{x = 2\ \text{Stunden}}$$

Die Züge begegnen sich **150 km von B** oder **60 km von A** entfernt.

8. Ein Schiff fährt von Dover nach Calais in 2 Stunden. Auf der Rückfahrt hat es ungünstigen Wind und legt infolgedessen um $1^1/_2$ Meilen pro Stunde weniger zurück. Auf der Hälfte der Fahrt dreht sich der Wind günstig, so daß es $^1/_2$ Meile mehr pro Stunde zurücklegen kann und noch früher ankommt. Die Zeiten der Fahrt verhalten sich wie 6 : 7. Welche Entfernung hat Dover von Calais und wieviel legt das Schiff pro Stunde bei der Rückfahrt in der ersten und zweiten Hälfte des Weges zurück?

Auflösung: Ist x die gesuchte Entfernung, so ist $\frac{x}{2}$ die stündliche Geschwindigkeit während der Hinfahrt.

Dann ist in der ersten Hälfte der Rückfahrt die Geschwindigkeit $\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$, in der zweiten Hälfte $\frac{x}{2} - \frac{2}{2}$ Meilen, somit folgt

$$\frac{x}{\frac{x}{2} - \frac{3}{2}} : \left(\frac{\frac{x}{2}}{\frac{x-3}{2}} + \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x-2}{2}} \right) = 7 : 6$$

$$\frac{2\,x}{x-3} : \left(\frac{x}{x-3} + \frac{x}{x-2} \right) = 7 : 6$$

$$2\,x\,(x-2) : [x\,(x-2) + x\,(x-3)] = 7 : 6$$

$$2\,(x-2) : (2\,x-5) = 7 : 6$$

$$12\,x - 24 = 14\,x - 35$$

$$\boldsymbol{x = 5^1/_2\ \text{Meilen}}$$

Geschwindigkeit in der 1. Hälfte der Rückfahrt $\frac{x-3}{2} = 1^1/_4$ **Meilen**

" " " 2. " " " $\frac{x-2}{2} = 1^3/_4$ "

§ 2. Die geradlinige, gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Die Zunahme der Geschwindigkeit pro eine Sekunde, die Beschleunigung, werde mit p bezeichnet. Ist die Geschwindigkeit zu Anfang der Bewegung c, so ist sie nach der ersten Sekunde $c+p$, nach der zweiten $c+2p$, endlich nach der t ten Sekunde

$$v = c + pt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Zur Ermittlung des Weges s führt folgende Überlegung. Trägt man auf der Achse $\overline{OX}$ gleiche Zeiten (Sekunden) und in den Endpunkten der letzteren Senkrechte von der Größe der zugehörigen Geschwindigkeit auf, so ist der geometrische Ort der Endpunkte dieser Senkrechten die Geschwindigkeitslinie $\overline{AB}$, Fig. 4.

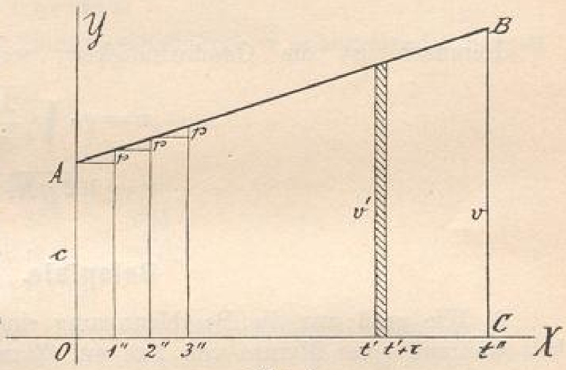

Fig. 4.

Zur Zeit t' sei eine Geschwindigkeit v' vorhanden. In der folgenden unendlich kleinen Zeit τ kann man die Bewegung gleichförmig erfolgend denken, und es stellt daher die Fläche $v' \cdot \tau$ den Weg in derselben vor. Ist nun der Weg s in t Sekunden durch lauter in unendlich kleinen Zeiten gleichförmig zurückgelegten Wegen zustande gekommen, so findet sich somit seine Größe als Maß der Fläche $OABC$, d. h. mit

$$s = \frac{v+c}{2} \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

„Die geradlinige, gleichförmig beschleunigte Bewegung kann somit ersetzt werden durch eine geradlinige, gleichförmige, deren Geschwindigkeit das arithmetische Mittel aus Anfangs- und Endgeschwindigkeit der ersteren ist."

Wird für v der Wert aus **(5)** in **(6)** substituiert, dann folgt

$$s = ct + \frac{p}{2} t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Durch Elimination von t aus s ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Größen s, v, c und p. Aus Gleichung **(5)** ist

$$t = \frac{v-c}{p}$$

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN