Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 4. Zusammensetzung und Zerlegung geradliniger Bewegungen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

§ 4. Zusammensetzung und Zerlegung geradliniger Bewegungen.

In der Einleitung wurde schon gezeigt, daß ein Körper, welcher zwei geradlinige Bewegungen gleichzeitig machen muß, nach Ablauf einer bestimmten Zeit an den vierten Eckpunkt des aus den Seitenwegen konstruierten Parallelogrammes gelangt.

Es wird sich nun fragen, welche Linie der Körper beschreibt, wenn die Art der Seitenbewegungen gegeben ist.

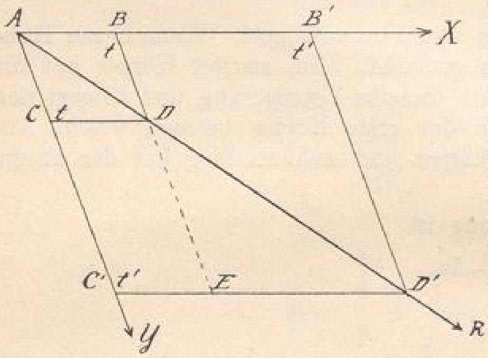

Fig. 5.

a) Beide Seitenbewegungen seien gleichförmige. Fig. 5.

Die Bewegung in der Richtung $\overline{AX}$ erfolge mit der Geschwindigkeit c, die in der Richtung $\overline{AY}$ mit der Geschwindigkeit γ. — Nach Ablauf der Zeit t befinde sich der Körper in der Richtung $\overline{AX}$ in B, in der Richtung $\overline{AY}$ in C, nach Ablauf der Zeit t' in der Richtung $\overline{AX}$ in B' in der Richtung $\overline{AY}$ in C'.

Dann ergeben sich die Beziehungen

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} = c\cdot t\\ \overline{AB'} = c\cdot t'\end{array}\right\}\overline{BB'} = c\,(t'-t)$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AC} = \gamma\cdot t\\ \overline{AC'} = \gamma\cdot t'\end{array}\right\}\overline{CC'} = \gamma\,(t'-t).$$

Nun folgt
$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} : \overline{BB'} = t : (t'-t)\\ \overline{AC} : \overline{CC'} = t : (t'-t)\end{array}\right\}\text{ daraus}$$

$$\overline{AB} : \overline{BB'} = \overline{AC} : \overline{CC'} \text{ oder}$$

$$\overline{CD} : \overline{ED'} = \overline{AC} : \overline{DE}, \text{ d. h.}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle DED', \text{ somit}$$

muß ADD' eine gerade Linie sein. Es ergibt sich also das Gesetz:

„Die resultierende Bewegung aus zwei gleichförmigen Seitenbewegungen ist eine geradlinige."

b) Beide Seitenbewegungen seien gleichförmig beschleunigte mit den Anfangsgeschwindigkeiten Null.

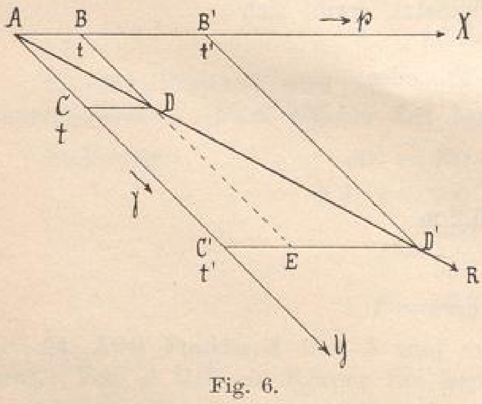

Fig. 6.

Die Beschleunigungen in den Richtungen $\overline{AX}$ und $\overline{AY}$ seien p und γ. Fig. 6.

Dann folgt analog wie früher

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} = \frac{p}{2}t^2\\ \overline{AB'} = \frac{p}{2}t'^2\end{array}\right\}\overline{BB'} = \frac{p}{2}(t'^2 - t^2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AC} = \frac{\gamma}{2}t^2\\ \overline{AC'} = \frac{\gamma}{2}t'^2\end{array}\right\}\overline{CC'} = \frac{\gamma}{2}(t'^2 - t^2)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{somit } \overline{AB} : \overline{BB'} = t^2 : (t'^2 - t^2) \\ \overline{AC} : \overline{CC'} = t^2 : (t'^2 - t^2)\end{array}\right\} \text{daraus}$$

$$\overline{AB} : \overline{BB'} = \overline{AC} : \overline{CC'} \text{ oder}$$

$$\overline{CD} : \overline{ED'} = \overline{AC} : \overline{DE}.$$

Demnach wieder $\triangle ACD \sim \triangle DED'$, so daß ADD' auch hier eine gerade Linie wird. Das Gesetz lautet daher:

„Die resultierende Bewegung aus zwei gleichförmig beschleunigten Seitenbewegungen mit den Anfangsgeschwindigkeiten Null ist eine geradlinige."

Die beiden letzten Sätze lassen sich in einen einzigen zusammenfassen, nämlich:

„Die resultierende Bewegung aus zwei gleichartigen Seitenbewegungen ist eine geradlinige."

c) Die Seitenbewegungen seien ungleichartige. Die Bewegung in der Richtung $\overline{AX}$ sei eine gleichförmige mit der Geschwindigkeit c, die in der Richtung $\overline{AY}$ eine gleichförmig beschleunigte mit der Anfangsgeschwindigkeit Null und mit der Beschleunigung p, Fig. 7.

Dann wird ebenso wie früher

$$\overline{AB} = c \cdot t \qquad \overline{AC} = \frac{p}{2} t^2$$

$$\overline{AB'} = c \cdot t' \qquad \overline{AC'} = \frac{p}{2} t'^2$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} : \overline{AC} = c : \frac{p}{2} t \\ \overline{AB'} : \overline{AC'} = c : \frac{p}{2} t'\end{array}\right\} \text{da } \frac{p}{2} t' > \frac{p}{2} t,$$

wird auch $\overline{AB} : \overline{AC} > \overline{AB'} : \overline{AC'}$

oder $\overline{AB} : \overline{BD} > \overline{AB'} : \overline{B'D'}$.

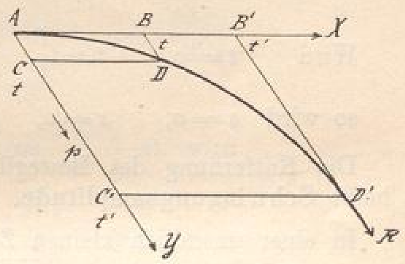

Fig. 7.

Dies ist der Fall, wenn ADD' eine Kurve ist. Es ergibt sich somit der Satz:

„Die resultierende Bewegung aus zwei ungleichartigen Seitenbewegungen ist eine krummlinige und wendet ihre konvexe Seite der gleichförmigen Seitenbewegung zu."

Die Zerlegung einer geradlinigen, auch einer krummlinigen Bewegung, in zwei Seitenbewegungen ist möglich, wenn entweder die Richtungen der letzteren oder Richtung und Art der einen Seitenbewegung gegeben sind.

§ 5. Die schwingende Bewegung als Komponente einer gleichförmigen Kreisbewegung.

Das Bewegliche A, Fig. 8, habe im Kreise die Geschwindigkeit c und die Umlaufszeit T. — Daher gilt

$$c \cdot T = 2 a \pi \text{ und}$$

$$c = \frac{2 a \pi}{T}$$

Die Kreisbewegung AM werde nun in Komponenten $\overline{AM_1}$ und $\overline{AM_2}$