Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Die Schwungradtheorie als elementares Beispiel.

X. Anhang.

Die Schwungradtheorie.

Ein elementares Beispiel zum Abschnitt 43.

409) Das nachstehende Beispiel soll zeigen, in wie fruchtbarer Weise die Lehre von den Trägheitsmomenten in der Technik Verwendung finden kann.

Zur Schwungradtheorie gehören zunächst die Aufgaben 90) und 91), bei denen die Gestalt, die Masse bezw. das Gewicht und die Winkelgeschwindigkeit gegeben sind. Eine Reihe weiterer Aufgaben läfst sich anschliefsen. Bei diesen soll bisweilen nur vom Schwungringe, statt vom ganzen Rade die Rede sein, auch soll bisweilen, wie es in der Praxis meist geschieht, einfach der mittlere Radius als mafsgebend angenommen werden, obwohl z. B. bei rechteckigem Querschnitt eigentlich aus

$$\varrho^2 m = m \frac{r^2 + r_1^2}{2}$$

folgen würde

$$\varrho = \sqrt{\frac{r^2 + r_1^2}{2}},$$

nicht aber $\varrho = \frac{r + r_1}{2}$. Bei den Beispielen kommt es hier weniger auf rechnerische Genauigkeit, als auf die Art des Ansatzes und die Aufstellung der Gleichungen an. Die Forderung strenger Genauigkeit giebt dann zu umfangreicheren Übungsaufgaben Anlafs.

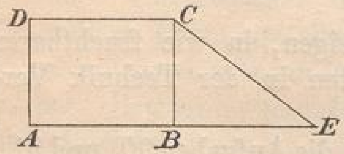
Es ist zu raten, stets mit Metern und Tonnen zu rechnen, nicht aber mit Metern und Kilogrammen, weil die letzteren die Einführung von Dezimetern verlangen, so dafs zweierlei Mafse in der Rechnung vorkommen und daher Umrechnungen im Laufe der letzteren nötig werden. Dabei treten bisweilen naheliegende Versehen auf, indem man z. B. versäumt, $g = 9{,}81$ m in $g_1 = 98{,}1$ dcm umzuwandeln.

Bei den ersten Aufgaben handelt es sich um die Thätigkeit des Schwungrades als Arbeitsaufsammler, bei den späteren um seine regulierende Thätigkeit bei der Kurbelbewegung. Aufgaben über das Zerreifsen der Schwungräder durch Centrifugalkräfte sollen auch zur Sprache kommen, obwohl der Gegenstand schon in Abschnitt 49 behandelt worden ist.

A. Das Schwungrad als Ansammler der Energie.

410) **Aufgabe.** Eine Dampfmaschine leiste bei einer sekundlichen Umdrehung 300 Pferdestärken. Wie schwer müfste der Schwungring von 3 m mittlerem Radius sein, um nach Abstellung der Triebkraft denselben Widerstand 10, 20, 30 Sekunden lang zu überwinden?

Fig. 284.



Auflösung. Die sekundliche Leistung der Maschine beträgt $300 \cdot 75$ mkg $= 22{,}5$ Metertonnen. Das Auslaufdiagramm für 10 Sekunden ist unter der Annahme konstanten Widerstandes ein Dreieck BCE, welches halb so grofs ist, als das entsprechende Rechteck $ABCD$ für eine konstante Maschinenleistung von gleicher Dauer. Der Widerstand kann durch Lote von gleicher Länge, die auf die Diagrammfläche aufzusetzen sind, dargestellt werden. Vom Schwungrad, dessen Arbeitswucht $\frac{T\vartheta^2}{2}$ ist, wird also eine Arbeit von $\frac{10}{2} \cdot 22{,}5$ Metertonnen beansprucht. Es ist demnach zu setzen

$$\frac{T\vartheta^2}{2} = \frac{10}{2} \cdot 22{,}5$$

oder

$$\frac{p}{g} \cdot \frac{r^2(2\pi)^2}{2} = \frac{10}{2} \cdot 22{,}5,$$

also

$$p = \frac{10 \cdot 22{,}5}{4} \cdot \frac{g}{9\pi^2} = \frac{225 \cdot 9{,}81}{36\,\pi^2} = 6{,}2 \text{ Tonnen} = 62 \text{ Doppelzentner.}$$

Für 20 Sekunden sind 12,4, für 30 Sekunden 18,6 Tonnen erforderlich.

Bemerkungen. Für blofse Überschlagungsrechnungen kann man $\frac{9{,}81}{\pi^2} = 1$ setzen, was bei diesem Beispiele 6,25 Tonnen geben würde.

Die allgemeine Formel für diese Art von Aufgaben ergiebt sich bei n sekundlichen Umdrehungen und einer sekundlichen Leistung L der Maschine für eine gegebene Auslaufszeit t aus

$$\frac{T\vartheta^2}{2} = \frac{t}{2} L \quad \text{oder} \quad \frac{p}{g}\frac{r^2(2n\pi)^2}{2} = \frac{t}{2} L$$

als

1) $$p = \frac{gtL}{4r^2n^2\pi^2} = \frac{gtL}{4(rn\pi)^2}.$$

Ist eine der andern Gröfsen als Unbekannte betrachtet, so folgt daraus: