Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 12. Drehmoment einer Kraft in bezug auf einen Punkt. Zusammensetzung von Drehmomenten. Beispiele 59-60

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

§ 12. Drehmoment einer Kraft in bezug auf einen Punkt. Zusammensetzung von Drehmomenten.

„Unter Drehmoment einer Kraft in bezug auf einen Punkt, **Drehpunkt** oder **Momentenpunkt**, versteht man das Drehungsbestreben dieser Kraft.“

Ist der genannte Punkt der Drehpunkt eines Körpers, so verursacht die Kraft um diesen eine um so intensivere Drehung, je größer sie ist und je größer der Abstand des Drehpunktes von der Richtung der Kraft, der **Hebelarm**, ist.

Kraft und Hebelarm sind also Faktoren des Drehmomentes.

„Die Größe des Drehmomentes ist das Produkt aus der Kraft und ihres Hebelarmes“ —

$$\boldsymbol{M = P \cdot p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(38)}$$

Da die Bezeichnung der Kraft kg und diejenige des Hebelarmes Meter (cm, mm) ist, wird die Bezeichnung des Drehmomentes Kilogrammeter, abgekürzt kgm (kgcm, kgmm).

Das Vorzeichen des Drehmomentes wird positiv genommen, wenn die Drehrichtung im Uhrzeigersinne vorhanden ist, negativ im Gegenfalle. Entgegengesetzt gleiche Drehmomente heben sich auf.

Das Drehmoment einer Kraft in bezug auf einen in ihr liegenden Punkt ist Null (Hebelarm ist 0, daher auch das Drehmoment).

„Das Drehmoment der Resultierenden zweier Kräfte, welche gemeinschaftlichen Angriffspunkt haben, ist gleich der algebraischen Summe der Drehmomente dieser beiden Kräfte.“

a) Beweis, wenn der Momentenpunkt außerhalb der Komponenten P und Q liegt; Fig. 30.

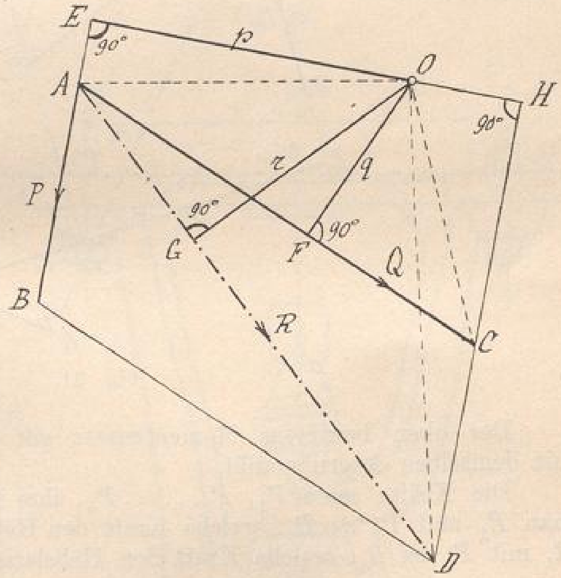

Fig. 30.

Der Momentenpunkt 0 habe von den Kräften P, Q und R die Abstände p, q, r.

Nun $\triangle OAD = \triangle AOC + \triangle ACD - \triangle DOC$

$$\frac{R \cdot r}{2} = \frac{Qq}{2} + \frac{\overline{CD} \cdot \overline{HE}}{2} - \frac{\overline{DC} \cdot \overline{OH}}{2}$$

$$R \cdot r = Qq + \overline{CD}\,(\overline{HE} - \overline{OH}), \text{ d. h.}$$

$$R \cdot r = Qq + P \cdot \overline{EO} \text{ oder}$$

$$\boldsymbol{R \cdot r = P \cdot q + Q \cdot q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(39)}$$

b) Beweis, wenn der Momentenpunkt innerhalb der Komponenten liegt; Fig. 31.

$$\triangle AOD = \triangle OCD + \triangle ACD - \triangle ACO$$

$$\frac{\overline{AD}\cdot\overline{OG}}{2} = \frac{\overline{CD}\cdot\overline{OH}}{2} + \frac{\overline{DC}\cdot\overline{AJ}}{2} - \frac{\overline{AC}\cdot\overline{OK}}{2}$$

$$\overline{AD}\cdot\overline{OG} = \overline{CD}(\overline{OH} + \overline{AJ}) - \overline{AC}\cdot\overline{OK}.$$

Nun ist $\overline{AJ} = \overline{HL}$, also

$$\overline{AD}\cdot\overline{OG} = \overline{CD}(\overline{OH} + \overline{HL}) - \overline{AC}\cdot\overline{OK}, \text{ d. h.}$$

$$\boldsymbol{Rr = P\cdot p - Qq} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(39a)}$$

c) Liegt der Momentenpunkt in der Resultierenden, dann ist deren Drehmoment Null; die Komponenten haben entgegengesetzt gleiche Drehmomente.

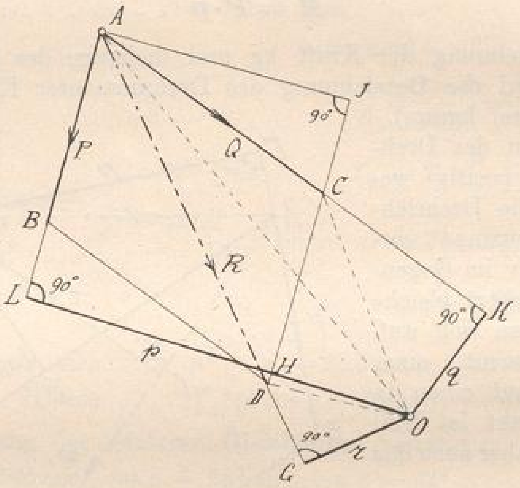

Fig. 31.

Der oben bewiesene Momentensatz gilt auch für beliebig viele Kräfte mit demselben Angriffspunkt.

Die Kräfte seien P_1, P_2, ... P_n, ihre Hebelarme p_1, $p_2 \ldots . p_n$; setzt man P_1 und P_2 zu R_1, welche Kraft den Hebelarm r_1 hat, zusammen, dann R_1 mit P_3 zu R_2, welche Kraft den Hebelarm r_2 hat usw., so folgt

$$\begin{aligned} R_1 r_1 &= P_1 p_1 + P_2 p_2 \\ R_1 r_2 &= R_1 r_1 + P_3 p_3 \\ &\vdots \\ R_{n-1} r_{n-1} &= R_{n-2} r_{n-2} + P_n p_{n-1} \\ R\cdot r &= R_{n-1} r_{n-1} + P_n p_n \end{aligned}$$

Durch Addition auf beiden Seiten ergibt sich

$$R_1 r_1 + R_2 r_2 + \ldots + R_{n-1} r_{n-1} + Rr = R_1 r_1 + R_2 r_2 \ldots + R_{n-1} r_{n-1} + P_1 p_1 + \ldots + P_n p_n$$

$$R\cdot r = P_1 p_1 + P_2 p_2 + \ldots P_n p_n, \text{ d. h.}$$

$$\boldsymbol{R\cdot r = \Sigma(P\cdot p)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(40)}$$

Beispiele.

59. Wie groß muß laut Fig. 32 die Kraft S sein, damit der Kolben auf seiner rechten Seite Wasser unter einem Drucke von p kg/qcm fortschaffe?

Auflösung: Der Totaldruck des Kolbens muß

$$\frac{D^2\pi}{4}\cdot p \text{ kg}$$

sein. Dann gilt in bezug auf den Drehpunkt A

$$\frac{D^2\cdot\pi}{4}\cdot p\cdot a = S\cdot b, \text{ somit}$$

$$\boldsymbol{S = \frac{D^2\cdot\pi}{4}p\cdot\frac{a}{b}}$$

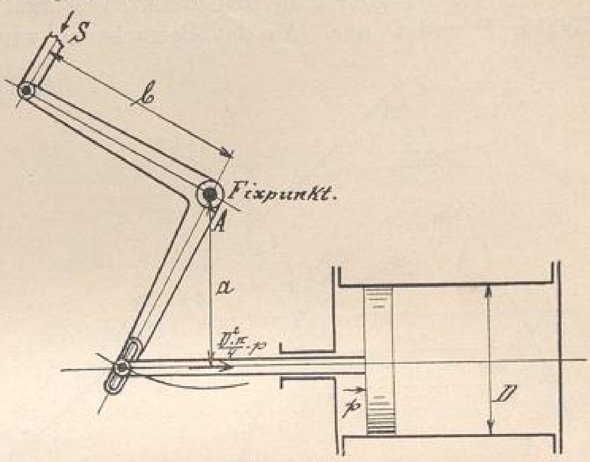

Fig. 32.

60. Den Zug Z in der Schraube des in Fig. 33 skizzierten Hängelagers zu bestimmen.

Auflösung:

Horizontal- und Vertikalkomponente von P werden gesucht.

H und V versuchen das Lager um A zu drehen. Demnach schreibt sich die Momentgleichung in bezug auf A

$$Z\cdot b = H\cdot a + V\cdot\frac{b}{2}$$

woraus

$$\boldsymbol{Z = H\cdot\frac{a}{b} + \frac{V}{2}}$$

folgt.

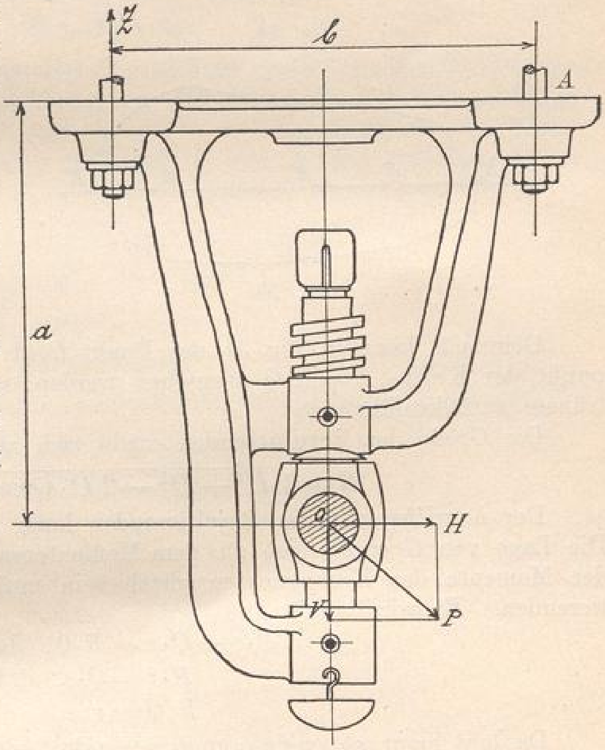

Fig. 33.