Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Senkrechte Prismen und Cylinder, Veranschaulichung ihrer Trägheitsmomente.

der sich zusammenziehenden Erde in Nr. 177, die Drehungsparaboloide verschiedener Ordnung in der Tabelle des Abschnittes 188.

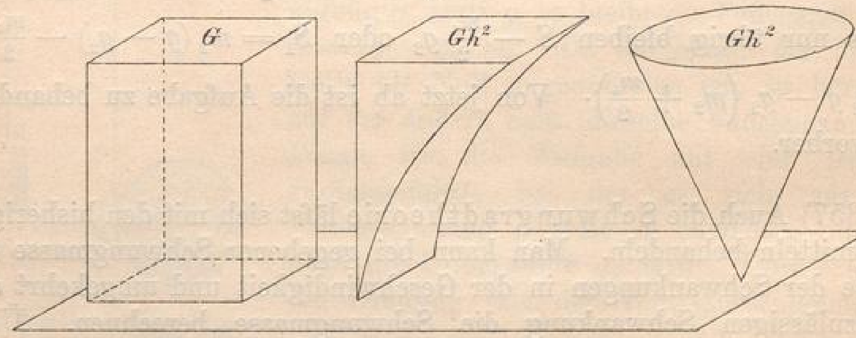
Man erkennt, welch reichen Übungsstoff man schon an diese einfachsten Körperformen anschliefsen kann, und wie viele wichtige Kapitel der Mechanik nur mit Hülfe der Trägheitsmomente erschlossen werden können.

358) In ähnlicher Weise wie der Kreiscylinder und der Rechteckskörper können andere senkrechte Cylinder und Prismen bezüglich der Trägheitsmomente behandelt werden, da jede der früher besprochenen ebenen Flächen als Grundfläche genommen werden kann.

Man beginnt mit T_u. Ist F der horizontale Querschnitt, so folgt Fy^2 als sein Trägheitsmoment, also wird $T_u = \frac{Fh^3}{3}$, und für den Schwerpunktsschnitt wird $T_{xy} = \frac{Fh^3}{12} = \frac{Jh^2}{12}$. Ist ferner t_x das eine axiale Trägheitsmoment der Grundfläche, so ist $t_x h$ das des Körpers für den entsprechenden senkrechten Schnitt, d. h. es ist $T_{xz} = t_x h$. Ist t_y das andere Axialmoment der Grundfläche, so wird $T_{yz} = t_y h$. Für die senkrechte Schwerpunktsachse wird nun $T_z = T_{xz} + T_{yz}$, für die durch den Schwerpunkt des Körpers gelegte X-Achse wird $T_\alpha = T_{yx} + T_{zx}$, für die Y-Achse $T_y = T_{zy} + T_{xy}$. Endlich wird das Polarmoment für den Schwerpunkt des Körpers $T_p = T_{xy} + T_{yz} + T_{zx}$.

(Auch für schräge Prismen und Cylinder lassen sich gewisse Momente leicht berechnen, andere aber erfordern Kenntnisse des nächsten Abschnittes. So läfst sich z. B. das schiefe Parallelflach oft in ein senkrechtes Prisma und zwei Dachkörper zerlegen, welche letzteren aber der Ordnung 1 angehören.)

Fig. 264.



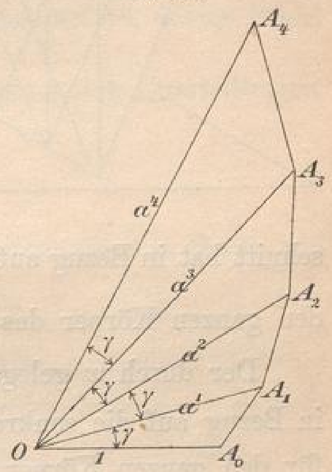
359) Im Anschlufs an Fig. 130 lassen sich auch die Trägheitsmomente der Körper von der Ordnung Null stereometrisch veranschaulichen. Wegen der Querschnittsformel $q_y = Ty^2$ handelt es sich um eine Darstellung durch Körper von der Ordnung 2. So

ist z. B. das Trägheitsmoment des ersten Körpers in Fig. 264 gleich dem Inhalte des zweiten parabolischen und auch des dritten Körpers, sobald nur die letzteren statt der Grundfläche G die Grundfläche Gh^2 erhalten.

Das Axialmoment des ersten in Bezug auf die senkrechte Achse kann man durch ein Prisma oder einen Cylinder von derselben Höhe darstellen, dessen Grundfläche gleich dem polaren Trägheitsmomente der Grundfläche des ersten Körpers ist. Ist letztere z. B. ein Quadrat von der Seite b, so hat man für die Hülfskörper die Grundfläche $\frac{b^4}{6}$ zu nehmen.

Da hier und später für die Linien mehrfach Ausdrücke höherer Dimension auftreten, so sei an folgendes erinnert.

Fig. 265.



360) Um Ausdrücke wie $a^2, a^3, a^4, \ldots$ als gerade Linien darstellen zu können, mufs man neben der Länge a noch die Länge der Einheit kennen. Man bildet nun aus 1 und a ein beliebiges Dreieck OA_0A_1, setzt auf OA_1 ein ähnliches, auf OA_2 wiederum ein ähnliches und fährt so fort, dann erhält man OA_2 als a^2, OA_3 als a^3, OA_4 als a^4 u. s. w. Dies folgt aus Proportionen wie $1 : a = a : x$ oder $a : a^2 = a^2 : x$ u. s. w.

Schaltet man als Winkelhalbierende die mittleren Proportionalen zweier aufeinanderfolgenden Strahlen ein, so erhält man auch die Längen für $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{2}}$, $a^{\frac{5}{2}}$ u. s. w. Fährt man nach unten fort, so erhält man zunächst $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a^3}$ u. s. w., oder, was dasselbe ist, a^{-1}, a^{-2}, a^{-3}, u. s. w. Die so entstehenden Eckpunkte liegen auf einer logarithmischen Spirale. Hat man diese korrekt gezeichnet und läfst man die Winkeltheilung mit Hülfe des probeweisen Zirkelabstechens auf einem Kreisbogen zu, so kann man alle Potenzen von a mit rationalem Exponenten im Prinzip konstruieren. Dreiteilung des Winkels γ giebt dann bis zur Spirale reichende Strahlen von der Länge $a^{\frac{1}{3}}$ und $a^{\frac{2}{3}}$.

C. Körper von der Ordnung 1.

361) Der symmetrische Dreieckskörper mit rechteckiger Grundfläche.

Ist $G = ab$ der Oberschnitt, so ist der Horizontalschnitt in der