Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 20. Graphische Ermittlung der Spannungen in Fachwerkträgern nach nach dem Cremonaschen Verfahren. (Cremonascher Kräfteplan.) Beispiele 85-87

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

§ 20. Graphische Ermittlung der Spannungen in Fachwerkträgern nach dem Cremona'schen Verfahren. (Cremona'scher Kräfteplan.)

Schneller als mit der Ritter'schen Methode, aber dafür nicht so genau, kann man die Spannungen in den Stäben eines Fachwerkträgers mittels des Cremona'schen Kräfteplans bestimmen. Dies werde sogleich an Beispielen erklärt.

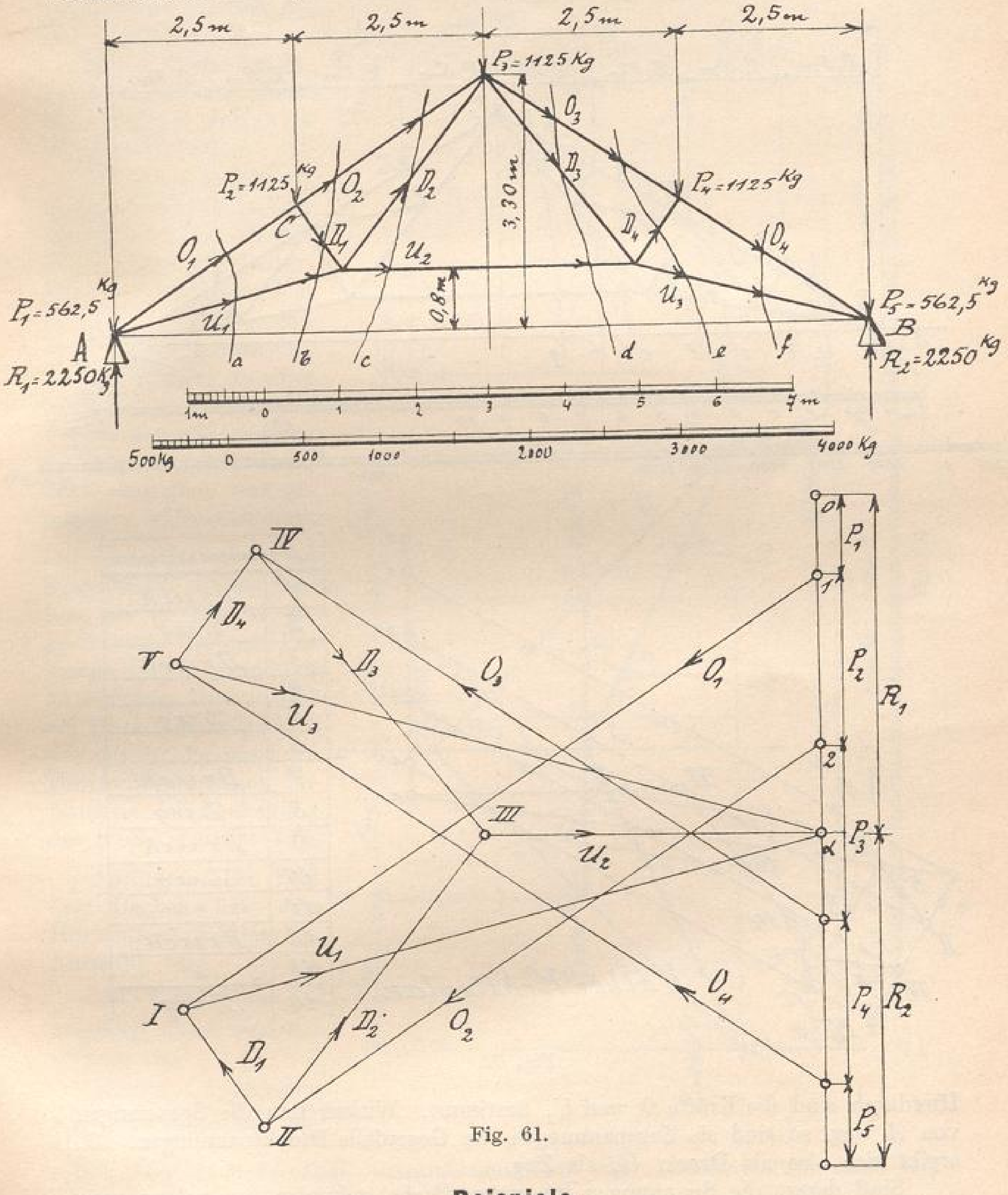
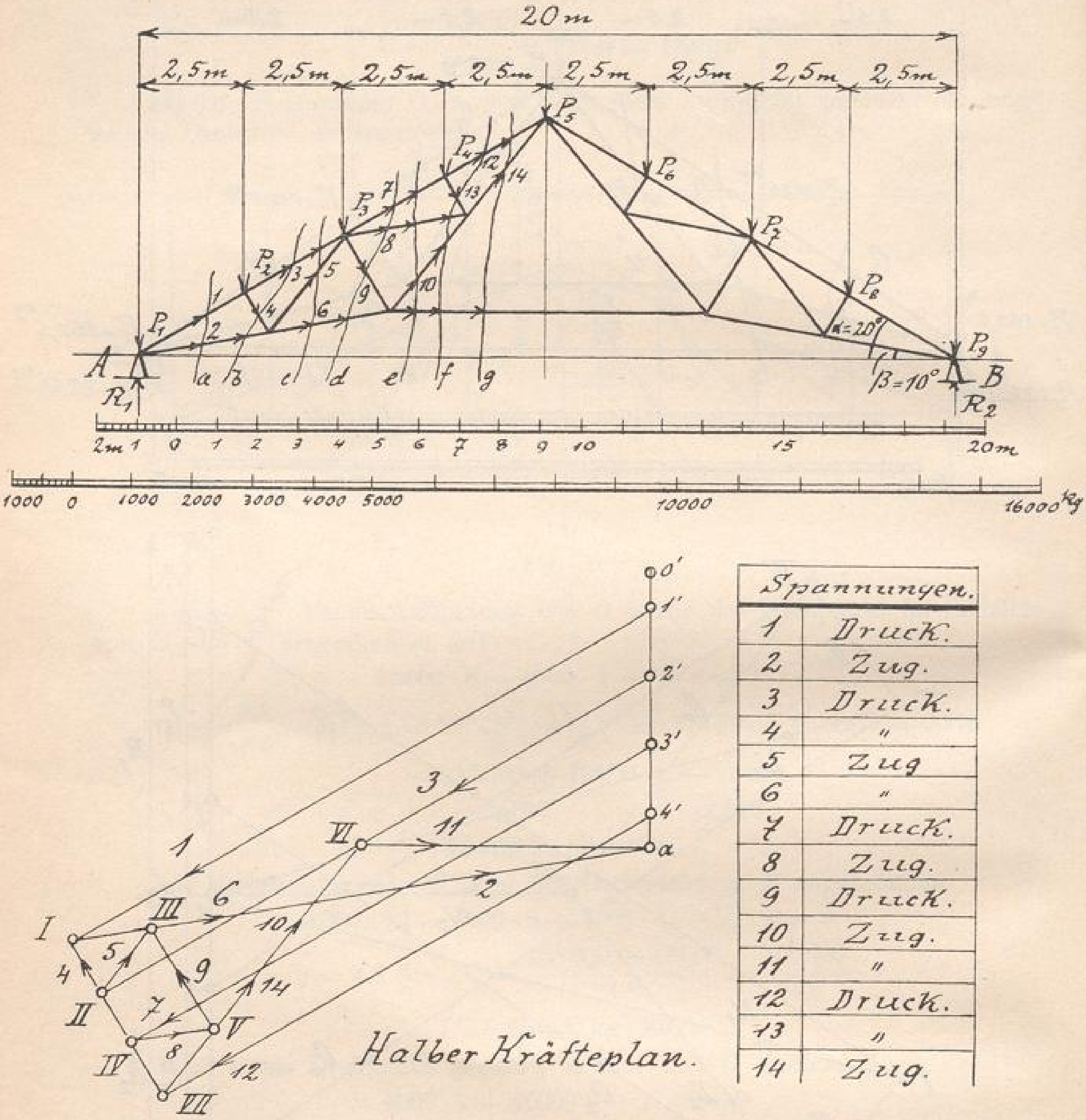


Fig. 61.

Beispiele.

85. Es sind sämtliche Spannungen in den in Fig. 61 gezeichneten, einfachen Polonceauträger zu ermitteln.

Auflösung: Man beginne im ersten Fache am Auflager. Die in A wirkenden Kräfte P_1, R, O_1 und U_1 müssen im Gleichgewichte sein, also einen geschlossenen Kräftezug $0, 1, I, \alpha, 0$ bilden. Derselbe wird konstruiert, indem man $P_1 = \overline{0,1}$ und $R_1 = \overline{0,\alpha}$ anträgt, dann durch 1 eine Parallele zu O_1 und durch α eine Parallele zu U_1 zieht. Letztere Parallelen schneiden sich in I.



Spannungen.	
1	Druck.
2	Zug.
3	Druck.
4	"
5	Zug
6	"
7	Druck.
8	Zug.
9	Druck.
10	Zug.
11	"
12	Druck.
13	"
14	Zug.

Fig. 62.

Hierdurch sind die Kräfte O_1 und U_1 bestimmt. Wirken nun die Spannungen von A weg, so sind sie Zugspannungen, im Gegenfalle Druckspannungen. O_1 ergibt sich also als Druck, U_1 als Zug.

Sind derart die Spannungen im ersten Fache gefunden, so nehme man jenes Fach als nächstes, von dessen Knotenpunkte aus höchstens zwei unbekannte Spannungen wirken. In vorliegendem Beispiele ist das Gleichgewicht für den Punkt C zu bestimmen. Es wird jetzt ein Schnitt b durch das Fachwerk geführt und alles rechts vom Schnitte Befindliche weggedacht. Die neuen, unbekannten Kräfte O_2 und D_1 müssen nun, wenn man sie als hinzugefügte, äußere Kräfte ansieht, mit den links vom Schnitte vorhandenen und mit U_1 im Gleichgewichte sein. Zu diesem Ende wird der Kräftezug 0, 1, 2, II, I, α, 0 verzeichnet, wodurch O_2 und D_1 sich ergeben.

Es ist leicht zu erkennen, daß eine Stabspannung nur einmal im Kräfteplan auftritt.

Wie schon angeführt, ist das Cremona'sche Verfahren als zeichnerisches ungenauer als das Rittersche. Es hat außerdem noch den Nachteil, daß man behufs Ermittlung der Spannungen an einer bestimmten Stelle des Fachwerkes alle anderen Spannungen, von einem Ende desselben aus genommen, aufsuchen muß.

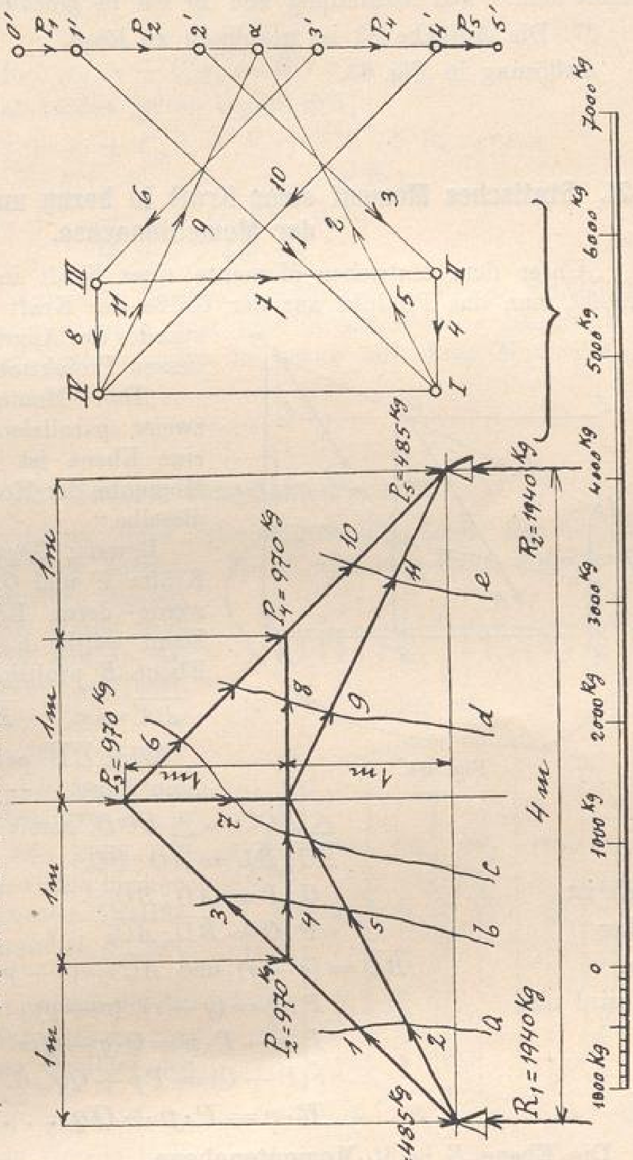


Fig. 63.

86. Es sind die Spannungen in den Stäben des in Fig. 62 gezeichneten Doppel-Polonceauträgers graphisch zu ermitteln. Derselbe ist ein Binder eines Daches, das mit 150 kg pro 1 qm Horizontalprojektion belastet ist. Die Entfernung der Binder beträgt 3 m.

Auflösung: Ein Feld des Daches hat eine Horizontalprojektion im Ausmaße von

$$2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5 \text{ qm},$$

empfängt daher eine Belastung von

$$7{,}5 \cdot 150 = 1125 \text{ kg}.$$

Jeder Knotenpunkt hat somit $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1125$ kg Last aufzunehmen; nur die Auflagerstellen sind mit $\frac{1}{2} \cdot 1125 = 562{,}5$ kg beansprucht. R_1 und R_2 ergeben sich mit $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 1125 = 4500$ kg.

Die Spannungen 1 bis 6 werden wie im vorigen Beispiele bestimmt. Behufs Ermittlung der Beanspruchungen 7, 8 und 9 ist ein kleiner Kunstgriff nötig. Derselbe besteht nämlich darin, daß man 7 zwischen $\overline{0', 3'}$ und $\overline{I, IV}$ verzeichnet. Die Spannungen 8 und 9 werden hierauf von IV und III aus auftragen, so daß Punkt V sich ergibt, wodurch die Größen von 8 und 9 bestimmt sind. Die Auffindung von 10 bis 14 geschieht wie früher. —

87. Die Aufgabe 83 ist graphisch zu lösen.

Auflösung in Fig. 63.

§ 21. Statisches Moment einer Kraft in bezug auf eine Ebene. Begriff der Momentenachse.

„Unter dem statischen Momente einer Kraft in bezug auf eine Ebene versteht man das Produkt aus der Größe der Kraft und der Größe des Abstandes des Angriffspunktes derselben von dessen Projektion auf die Ebene.“

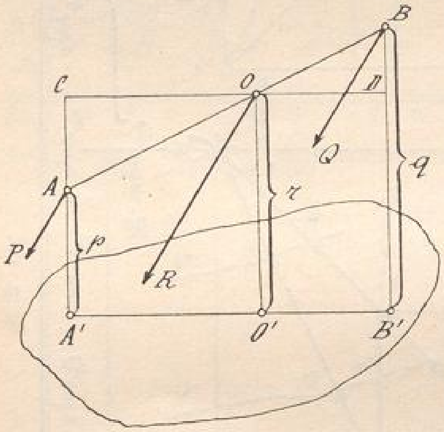


Fig. 64.

„Das Moment der Resultierenden zweier parallelen Kräfte in bezug auf eine Ebene ist gleich der Summe der Momente der Komponenten in bezug auf dieselbe.“

Beweis: Gegeben seien die parallelen Kräfte P und Q, Fig. 64. — Zunächst werde deren Resultierende R gesucht. Dann werde das ganze System auf die Ebene E projiziert und seien

$$\overline{AA'} = p, \qquad \overline{BB'} = q, \qquad \overline{OO'} = r,$$

Wird $\overline{CD}$ parallel zu $\overline{A'B'}$ gezogen, dann folgt

$$\triangle AOC \sim \triangle BOD, \text{ somit}$$
$$\overline{AC} : \overline{BD} = \overline{AO} : \overline{BO}.$$

Auch ist $\quad Q : P = \overline{AO} : \overline{BO}.$

Daher $\quad P : Q = \overline{BD} : \overline{AC}.$

Nun $\quad \overline{BD} = (q - r)$ und $\overline{AC} = (r - p).$

Es wird also $\quad P : Q = (q - r) : (r - p)$

$$P \cdot r - P \cdot p = Q \cdot q - Q \cdot r$$
$$r(P + Q) = Pp + Qq, \text{ d. h.}$$
$$\boldsymbol{R \cdot r = P \cdot p + Qq} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(47)}$$

Die Ebene E heißt **Momentenebene.**

Liegen die Angriffspunkte der Kräfte in einer Geraden oder in einer zur Momentenebene senkrechten Ebene, so kann man die statischen Momente der Kräfte auch in bezug auf jene Gerade, welche sich als Projektion der Angriffspunkte auf die Ebene ergibt, nehmen. Diese Gerade heißt **Momentenachse.**

Sind mehrere parallele Kräfte vorhanden, so setze man zunächst zwei zu einer Resultierenden zusammen, die Resultierende mit der dritten Kraft,