Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

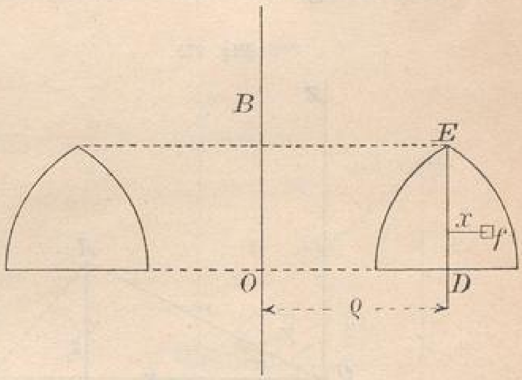
Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Der Drehungskörper mit symmetrischer Schnittfläche.

Hat der Körper die nebenstehende Gestalt und hat der in der Höhe y liegende Horizontalschnitt die Radien e_1 und e_2, so ist die Fläche des Schnittes gleich $\pi\left(e_1^2 - e_2^2\right)$ und sein Trägheitsmoment in Bezug auf die Ebene xz ist $\pi\left(e_1^2 - e_2^2\right) y^2 = 2\pi \frac{e_1 + e_2}{2}\left(e_1 - e_2\right) y^2$. Dabei ist $\frac{e_1 + e_2}{2}$ die Entfernung ϱ der Symmetrielinie von der Achse, $(e_1 - e_2)\, y^2$ ist das Trägheitsmoment des Flächenquerschnittes in Bezug auf die X-Achse, welches t_x sei. Folglich ist nach der Schichtenformel für den ganzen Körper

Fig. 274.



$$T_{xz} = 2\varrho\pi t_x.$$

Nun war in Nr. 125 für solche Körper gezeigt, dafs $T_y = J\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right)$ war, so dafs $T_{yz} = T_{xy} = \frac{1}{2} J\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right)$ ist, demnach ist für den vorliegenden Symmetriefall

$$T_z = T_x = T_{xy} + T_{xz} = \frac{1}{2} J\left(\varrho + 3\varrho_1^2\right) + 2\varrho\pi t_x$$
$$= 2\varrho\pi\left[\frac{F}{2}\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right) + t_x\right]$$

und

$$T_p = J\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right) + 2\varrho\pi t_x = 2\varrho\pi\left[F\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right) + t_x\right].$$

Hier bedeutet ϱ_1 den Trägheitsradius der Fläche in Bezug auf die Symmetrieachse.

Daraus folgt, dafs eine grofse Zahl von Drehungskörpern, von denen die mit Hülfe von

$$x = a + by + cy^2 + dy^3 + \cdots$$

erzeugten nur spezielle Fälle sind (es handelt sich um den Sonderfall $\varrho = 0$) bezüglich ihrer Hauptschnitte vollständig behandelt werden können. Die für Räder, Kreisscheiben, Kugeln, Hohlcylinder u. dgl. gelösten Aufgaben über die Energie drehend und fortschreitend bewegter Körper, über excentrischen Stofs und Pendelbewegungen, über Fadenspannung und Rollen und Gleiten auf schiefer und horizontaler Ebene lassen sich also, soweit es sich um die Hauptschnitte und Hauptachsen handelt, auch für die hier besprochenen Drehungskörper lösen.