Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 21. Statisches Moment einer Kraft in bezug auf eine Ebene. Begriff der Momentenachse.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Die Spannungen 1 bis 6 werden wie im vorigen Beispiele bestimmt. Behufs Ermittlung der Beanspruchungen 7, 8 und 9 ist ein kleiner Kunstgriff nötig. Derselbe besteht nämlich darin, daß man 7 zwischen $\overline{0', 3'}$ und $\overline{I, IV}$ verzeichnet. Die Spannungen 8 und 9 werden hierauf von IV und III aus auftragen, so daß Punkt V sich ergibt, wodurch die Größen von 8 und 9 bestimmt sind. Die Auffindung von 10 bis 14 geschieht wie früher. —

87. Die Aufgabe 83 ist graphisch zu lösen.

Auflösung in Fig. 63.

§ 21. Statisches Moment einer Kraft in bezug auf eine Ebene. Begriff der Momentenachse.

„Unter dem statischen Momente einer Kraft in bezug auf eine Ebene versteht man das Produkt aus der Größe der Kraft und der Größe des Abstandes des Angriffspunktes derselben von dessen Projektion auf die Ebene.“

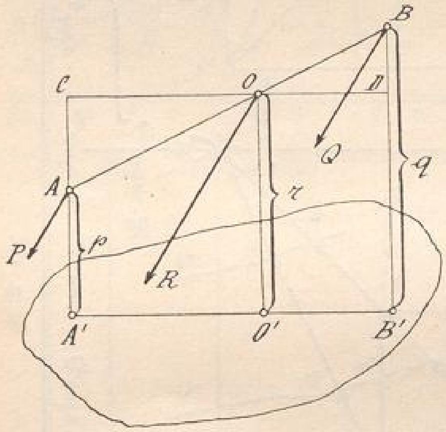

Fig. 64.

„Das Moment der Resultierenden zweier parallelen Kräfte in bezug auf eine Ebene ist gleich der Summe der Momente der Komponenten in bezug auf dieselbe.“

Beweis: Gegeben seien die parallelen Kräfte P und Q, Fig. 64. — Zunächst werde deren Resultierende R gesucht. Dann werde das ganze System auf die Ebene E projiziert und seien

$$\overline{AA'} = p, \quad \overline{BB'} = q, \quad \overline{OO'} = r,$$

Wird $\overline{CD}$ parallel zu $\overline{A'B'}$ gezogen, dann folgt

$$\triangle AOC \sim \triangle BOD, \text{ somit}$$

$$\overline{AC} : \overline{BD} = \overline{AO} : \overline{BO}.$$

Auch ist $\quad Q : P = \overline{AO} : \overline{BO}.$

Daher $\quad P : Q = \overline{BD} : \overline{AC}.$

Nun $\quad \overline{BD} = (q - r)$ und $\overline{AC} = (r - p)$.

Es wird also $\quad P : Q = (q - r) : (r - p)$

$$P \cdot r - P \cdot p = Q \cdot q - Q \cdot r$$

$$r(P + Q) = Pp + Qq, \text{ d. h.}$$

$$\boldsymbol{R \cdot r = P \cdot p + Qq} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(47)}$$

Die Ebene E heißt **Momentenebene.**

Liegen die Angriffspunkte der Kräfte in einer Geraden oder in einer zur Momentenebene senkrechten Ebene, so kann man die statischen Momente der Kräfte auch in bezug auf jene Gerade, welche sich als Projektion der Angriffspunkte auf die Ebene ergibt, nehmen. Diese Gerade heißt **Momentenachse.**

Sind mehrere parallele Kräfte vorhanden, so setze man zunächst zwei zu einer Resultierenden zusammen, die Resultierende mit der dritten Kraft, usw. Heißen die einzelnen parallelen Kräfte $P_1, P_2 \ldots P_n$ und sind die Abstände ihrer Angriffspunkte von der Momentenachse $p_1, p_2 \ldots p_n$, so gelten folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} P_1 p_1 + P_2 p_2 &= R_1 r_1 \\ R_1 r_1 + P_3 p_3 &= R_2 r_2 \\ \vdots \quad\quad\; \vdots \quad &\quad \vdots \\ R_{n-1} r_{n-1} + P_n p_n &= R \cdot r \end{aligned}$$

Durch Addition auf beiden Seiten ergibt sich

$$\begin{aligned} P_1 p_1 + P_2 p_2 + \ldots + P_n p_n + R_1 r_1 + \ldots + R_{n-1} r_{n-1} \\ = R_1 r_1 + \ldots R_{n-1} r_{n-1} + R \cdot r, \end{aligned}$$

oder $\quad P_1 p_1 + P_2 p_2 + \ldots + P_n p_u = R \cdot r$, d. h.

$$\boldsymbol{R \cdot r = \Sigma (P \cdot p)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \textbf{(48)}$$

„Die Summe der statischen Momente mehrerer parallelen Einzelnkräfte in bezug auf eine Momentenebene oder eine Momentenachse ist gleich dem statischen Momente der Resultierenden in bezug auf diese Momentenebene oder Momentenachse." —

---

§ 22. Theorie vom Schwerpunkte.

In den einzelnen Punkten einer materiell gedachten Linie, Fig. 65, wirken deren Gewichte vertikal nach abwärts. Es ist also eine Reihe von parallelen Kräften vorhanden. Dieselben ergeben eine Resultierende, deren Größe nach früherem gleich ist der Summe der Einzelnkräfte, also gleich dem Totalgewichte der materiellen Linie. Ihr Angriffspunkt liegt in einem bestimmten Punkte der Linie $\overline{AB}$ und zwar, wenn dieselbe überall homogen ist, in deren Mittelpunkte. Die Linie $\overline{AB}$ würde also im Gleichgewichte bleiben, wenn man sie in genanntem Angriffspunkte der Resultierenden S festmachen würde.

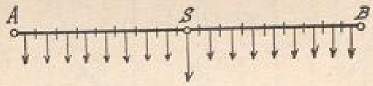

Fig. 65.

„Man nennt den Angriffspunkt der Resultierenden aller Gewichte der materiellen Teilchen eines Gebildes den **Schwerpunkt** desselben."

„Jede durch den Schwerpunkt eines Gebildes gehende Gerade heißt **Schwerlinie.** Dieselbe ist oft auch eine Symmetrielinie."

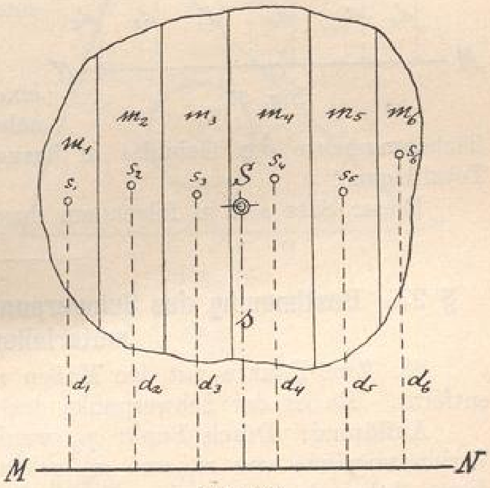

Fig. 66.

Eine ebene Fläche kann man in unendlich viele schmale Streifchen zerlegen, deren jedes als eine materielle Linie aufzufassen ist, Fig. 66. Jedes derselben besitzt nun einen Mittelpunkt, in welchem deren Gewicht vertikal nach abwärts wirkt. Nun gibt es eine