



Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnerischer und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Bemerkungen über Planmomente.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76845](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76845)

Ist $a = h$, so fallen die Punkte $\pm c$ in den Schwerpunkt, und es handelt sich um den Würfel, dessen Centralellipsoid eine Kugel ist.

399) **Bemerkung.** Für jedes regelmässige Prisma und für jedes Prisma oder jeden Cylinder mit mehr als zwei durch die Achse gehenden Symmetrieebenen ist das Centralellipsoid ein Drehungsellipsoid, z. B. mit der z -Achse als Drehungsachse. Es läßt sich also stets eine Höhe h so bestimmen, daß das Centralellipsoid eine Kugel wird. Diese Höhe ist der Grenzwert für die Existenz von Fixpunkten.

400) Beispiel des regelmässigen dreiseitigen Prismas.

$$T_x = \frac{b^2 h^3 \sqrt{3}}{48} + \frac{b^4 h \sqrt{3}}{96} = T_y, \quad T_z = \frac{b^4 h \sqrt{3}}{48}.$$

Setzt man $T_z = T_x$, so folgt $h = b \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Für diese Höhe ist das Centralellipsoid eine Kugel, bei geringerer Höhe aber sind zwei leicht zu berechnende Fixpunkte vorhanden, nämlich in der Entfernung

$$c = \pm \sqrt{\frac{T_z - T_x}{J}} = \pm \sqrt{\frac{\frac{b^4 h \sqrt{3}}{96} - \frac{2 b^2 h^3 \sqrt{3}}{96}}{\frac{b^2}{4} \sqrt{3} h}} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 2 h^2}{24}}.$$

401) Entsprechendes gilt von den Planmomenten. Handelt es sich wieder um $x = a$, ist also $T_{xy} = T_{xz}$, so bleiben diese beiden Momente für a unverändert, nur T_{yz} verwandelt sich in $T_{yz} + a^2 J$.

Soll nun $T_{yz} + a^2 J = T_{zx}$ sein, so folgt $a = \pm \sqrt{\frac{T_{zx} - T_{yz}}{J}}$, was

mit $a = \pm \sqrt{\frac{T_x - T_y}{J}}$ identisch ist. Ebenso ist im Falle b

$$b = \pm \sqrt{\frac{T_{yx} - T_{zx}}{J}}, \quad \text{im Falle c dagegen } c = \pm \sqrt{\frac{T_{zy} - T_{xy}}{J}}.$$

Bedeutung und Anwendbarkeit der Fixpunkte sind also für Körper weit geringer, als für ebene Flächen, weil nur der Drehungsfall ins Auge zu fassen ist.

402) Die Aufgabe, mit Hülfe der Fixpunkte die Momente für beliebige Ebenen und Achsen zu finden, ist genau nach Fig. 122 zu lösen, denn man kann das Koordinatensystem so legen,

dafs die Schnittlinie der durch S gelegten Schrägebene mit der Y -Achse zusammenfällt. (In der Figur ist dann γ statt α zu schreiben.)

Die Gleichung für Flächen

$$\varrho^2 = \varrho_{yz}^2 \cos^2 \alpha + \varrho_{zy}^2 \cos^2 \beta + \varrho_{xy}^2 \cos^2 \gamma$$

oder die für Achsen geltende

$$\varrho^2 = \varrho_x^2 \cos^2 \alpha + \varrho_y^2 \cos^2 \beta + \varrho_z^2 \cos^2 \gamma$$

vereinfacht sich dann dadurch, dafs $\beta = 90^\circ$ und $\gamma = 90^\circ - \alpha$ wird, also

$$\varrho^2 = \varrho_{yz}^2 \sin^2 \gamma + \varrho_{xy}^2 \cos^2 \gamma,$$

bezw.

$$\varrho^2 = \varrho_x^2 \sin^2 \gamma + \varrho_z^2 \cos^2 \gamma.$$

Da nun

$$c = \pm \sqrt{\frac{T_{zy} - T_{xy}}{J}} = \pm \sqrt{\frac{T_z - T_x}{J}} = \pm \sqrt{\varrho_{zy}^2 - \varrho_{xy}^2} = \pm \sqrt{\varrho_z^2 - \varrho_x^2}$$

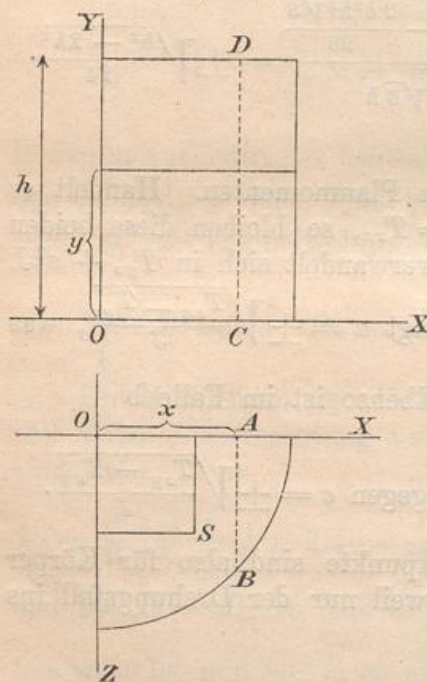
wird, so ergibt sich dieselbe Berechnungsmethode, wie bei Fig. 122, und es wird

$$\varrho^2 = \varrho_{yz}^2 + p_1 p_2$$

bezw.

$$\varrho^2 = \varrho_x^2 + p_1 p_2.$$

Fig. 280.



403) Einige Beispiele von Centrifugalmomenten.

Quadrant des Kreiscylinders. In der Lage der Figur ist die Schicht in der Höhe y gleich $\frac{r^2 \pi}{4}$, ihr Schwerpunktsabstand von der Ebene YZ ist $\frac{4r}{3\pi}$, das entsprechende Moment also $\frac{r^2 \pi}{4} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{r^3}{3}$, das Centrifugalmoment in Bezug auf die Grundebene also $\frac{r^3}{3} y$. Für den Körper von Höhe h erhält man also

$$\sum mxy = \frac{r^3 h^2}{3 \cdot 2} = \frac{r^3 h^2}{6}.$$

Ebenso groß ist $\sum myz$. Dagegen ist $\sum mzx$ folgendermaßen zu berechnen. Die Schicht im Abstände x ist gleich