Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Allgemeine Sätze.

wo M_x, M_y, M_z die Planmomente des Systems für die Ebenen YZ, ZX und XY sind und m die Gesamtmasse bedeutet.

300) Die gefundenen Formeln sind allerdings nur für eine endliche Anzahl von Massenpunkten abgeleitet worden; da aber die Zahl derselben beliebig grofs angenommen werden darf, läfst man die Beweise auch für unendlich viele Punkte gelten. Jede Linie, jede Fläche und jeder Körper kann als aus unendlich vielen „Punkten" bestehend angenommen werden, und so bleibt der Schwerpunkt auch für solche Gebilde der Punkt mittleren Abstandes in Bezug auf jede beliebige Ebene, nur mufs die Anordnung der Punkte als eine homogene angenommen werden. Dies entspricht der in der Mechanik gebräuchlichen Annahme, dafs der Körper überall gleich dicht sei, dafs er überall dasselbe spezifische Gewicht habe.

301) **Allgemeine Sätze.** Besitzt ein Körper eine Symmetrieebene, so geht diese durch den Schwerpunkt; besitzt er zwei Symmetrieebenen, so geht ihre Schnittlinie durch den Schwerpunkt; besitzt er drei Symmetrieebenen, die nicht durch dieselbe Gerade gelegt sind, so schneiden sich die drei Schnittlinien im Schwerpunkte. Sind mehr als drei Symmetrieebenen vorhanden, so gehen sämmtliche Schnittlinien derselben durch den Schwerpunkt. Der Schwerpunkt regelmäfsiger Körper fällt daher mit dem Mittelpunkte zusammen.

Stimmen die Querschnitte zweier Körper im Sinne des Cavalierischen Prinzips überein, so liegen ihre Schwerpunkte in derselben Höhe. An Stelle der Gleichheit der zusammengehörigen Querschnitte kann auch ein konstantes Verhältnis der Flächeninhalte treten. Der Beweis für den ersten Fall liegt darin, dafs je zwei zusammengehörige Querschnitte in Bezug auf die Grundfläche gleiche statische Momente haben. Demnach stimmen auch die Momentsummen überein. Bei beiden Körpern wird $h_s = \frac{M}{J} = \frac{\text{statisches Moment}}{\text{Inhalt}}$. Entsprechendes geschieht im zweiten Falle.

Die oben gegebenen Formeln bleiben auch dann richtig, wenn die Ebene, auf welche die Abstände bezogen sind, den Körper schneidet. Dabei sind die auf der einen Seite befindlichen Abstände als positiv, die andern als negativ einzurechnen. Geht die Ebene durch den Schwerpunkt des Körpers, so ist der mittlere Abstand gleich Null.

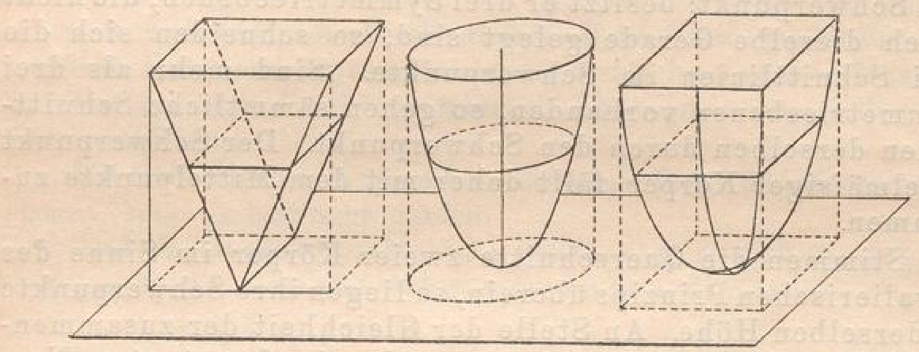
Für zahlreiche Körper ergiebt sich die Schwerpunktslage durch einfache Betrachtungen, die hier unterbleiben können; für viele andere ist sie in den früheren Kapiteln bestimmt worden. Hier soll eine Zusammenstellung des Wichtigsten gegeben werden.

302) Körper von der Ordnung Null. Bei senkrechten und schrägen Prismen und Cylindern liegt der Schwerpunkt im Halbierungspunkte der Mittellinie, d. h. der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden parallelen Grundflächen.

Solche Körper werden als solche von der Ordnung Null bezeichnet, weil der Querschnitt von der Form $q_y = a = ay^0$ ist. Alle früher behandelten ebenen Flächen, deren Schwerpunkte bestimmt worden sind, geben zu entsprechenden Übungsbeispielen Anlafs.

303) Körper erster Ordnung, deren Querschnitt von der Form $q_y = by^1$ ist, sind z. B. der Dreieckskörper, das Drehungsparaboloid, das elliptische Paraboloid, parabolisch begrenzte

Fig. 222.



Körper, deren Querschnitte ähnliche Vielecke sind, z. B. Quadrate, regelmäfsige Sechsecke und dergl. Die letzteren Körper können bei umgekehrter Aufstellung als parabolische Gewölbe aufgefafst werden.

Weil bei dem ersten dieser Körper der Schwerpunkt in der Höhe $\frac{2}{3}h$ liegt, liegt er bei sämtlichen in dieser Höhe. Dies gilt auch dann, wenn, wie in Fig. 223, die Schwerpunkte der Querschnitte auf schiefer Achse angeordnet sind.

304) Stumpfe der Körper erster Ordnung. Diese Stumpfe sind in Fig. 3 mit angedeutet worden. Der Schwerpunkt des ersten läfst sich mit Hülfe der Trapezformel berechnen. Ist G_1 die kleinere,