Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Körper erster Ordnung und ihre Stumpfe.

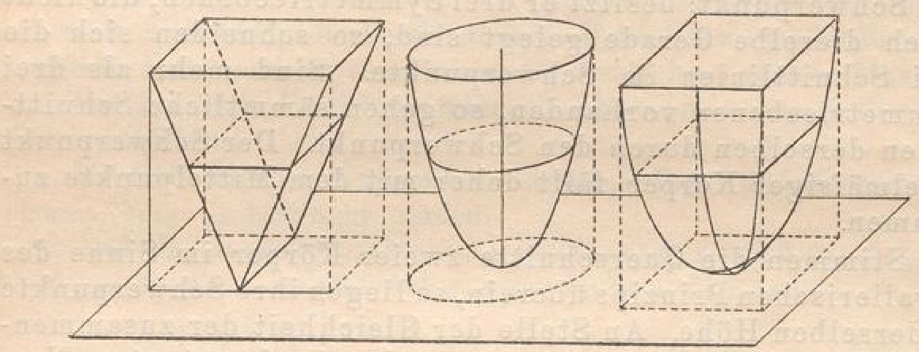
Für zahlreiche Körper ergiebt sich die Schwerpunktslage durch einfache Betrachtungen, die hier unterbleiben können; für viele andere ist sie in den früheren Kapiteln bestimmt worden. Hier soll eine Zusammenstellung des Wichtigsten gegeben werden.

302) Körper von der Ordnung Null. Bei senkrechten und schrägen Prismen und Cylindern liegt der Schwerpunkt im Halbierungspunkte der Mittellinie, d. h. der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden parallelen Grundflächen.

Solche Körper werden als solche von der Ordnung Null bezeichnet, weil der Querschnitt von der Form $q_y = a = ay^0$ ist. Alle früher behandelten ebenen Flächen, deren Schwerpunkte bestimmt worden sind, geben zu entsprechenden Übungsbeispielen Anlafs.

303) Körper erster Ordnung, deren Querschnitt von der Form $q_y = by^1$ ist, sind z. B. der Dreieckskörper, das Drehungsparaboloid, das elliptische Paraboloid, parabolisch begrenzte

Fig. 222.

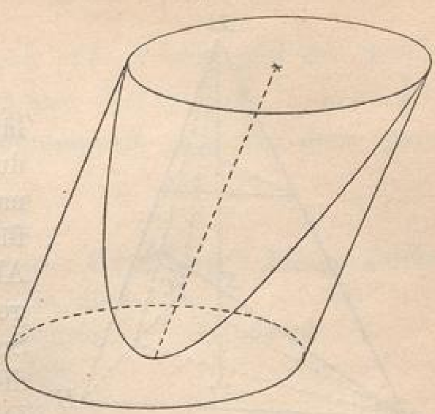


Körper, deren Querschnitte ähnliche Vielecke sind, z. B. Quadrate, regelmäfsige Sechsecke und dergl. Die letzteren Körper können bei umgekehrter Aufstellung als parabolische Gewölbe aufgefafst werden.

Weil bei dem ersten dieser Körper der Schwerpunkt in der Höhe $\frac{2}{3}h$ liegt, liegt er bei sämtlichen in dieser Höhe. Dies gilt auch dann, wenn, wie in Fig. 223, die Schwerpunkte der Querschnitte auf schiefer Achse angeordnet sind.

304) Stumpfe der Körper erster Ordnung. Diese Stumpfe sind in Fig. 3 mit angedeutet worden. Der Schwerpunkt des ersten läfst sich mit Hülfe der Trapezformel berechnen. Ist G_1 die kleinere,

Fig. 223.



G_2 die gröfsere Grundfläche und ist h die Höhe des Stumpfes, so folgt nach Nr. 4 als Schwerpunktshöhe

$$h_s = \frac{h(G_1 + 2G_2)}{s(G_1 + G_2)}.$$

Dies gilt nach Cavalieri überhaupt von den Körpern dieser Art.

305) Eine zweite Berechnungsmethode ergiebt sich nach Nr. 164 folgendermafsen:

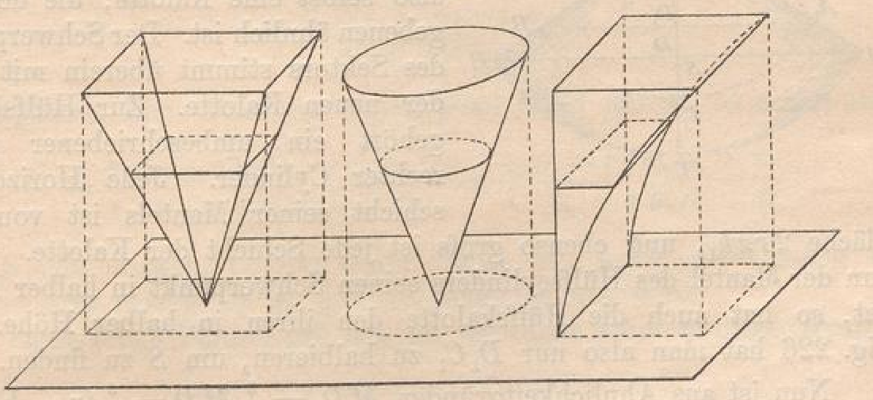
Ist, von der gemeinschaftlichen Grundebene der Fig. 222 aus gerechnet, h_1 die kleinere, h_2 die gröfsere Höhe, so ist bei Querschnittsformel $q_y = by$ die Schwerpunktshöhe

$$h_s = \frac{M}{J} = \frac{\frac{b h_2^3}{3} - \frac{b h_1^3}{3}}{\frac{b h_2^2}{2} - \frac{b h_1^2}{2}} = \frac{2}{3}\,\frac{h_2^3 - h_1^3}{h_2^2 - h_1^2},$$

was noch mit $h_2 - h_1$ gekürzt werden könnte.

306) Körper zweiter Ordnung, deren Querschnitt von der Form $q_y = cy^2$ ist, sind z. B. die Pyramiden und die Kegel

Fig. 224.



von beliebiger Grundfläche, aufserdem der in Fig. 224 dargestellte parabolische Cylinder. Bei sämtlichen liegt der Schwerpunkt in der Höhe $\frac{3}{4}h$. Dies folgt nach Nr. 164 aus der Formel