# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

Stumpfe der Körper zweiter Ordnung.

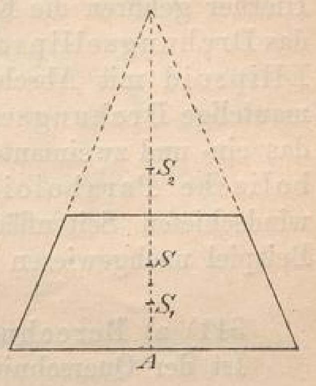
urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

$$MS = \frac{3}{4}(r - h) + \frac{3}{8}h = \frac{3}{8}[2r - 2h + h] = \frac{3}{8}(2r - h).$$

Anwendung auf die Halbkugel. Für $h = r$ geht der Sektor in die Halbkugel über, für diese folgt also $MS = \frac{3}{8}(2r - r) = \frac{3}{8}r$. Die Wiederholung der vorigen Berechnungsart fällt für diese ganz einfach aus.

308) Stumpfe der Körper zweiter Ordnung. Einige solche sind in Fig. 224 angedeutet. Kann man die Berechnung für den Kegelstumpf durchführen, so ist sie für alle andern Formen erledigt.

Fig. 227.




In Fig. 227 seien die Radien $r$ und $\varrho$, die Stumpfhöhe $h$. Der ergänzte Kegel hat die Höhe $y = \frac{hr}{r - \varrho}$, wie eine einfache Betrachtung ergiebt, also liegt der Schwerpunkt $S_2$ des Ergänzungskegels in der Höhe

$$h + \frac{y - h}{4} = \frac{3h + y}{4},$$

der des ganzen Kegels in der Höhe $\frac{y}{4}$. Nach dem Satze von den statischen Momenten ist $AS_1 \cdot$ Stumpf $+ AS_2 \cdot$ Ergänzungskegel $= SA \cdot$ ganzer Kegel, oder

$$h^s\left[\frac{\pi h}{3}(r^2 + r\varrho + \varrho^2)\right] + \frac{3h + y}{4}\left(\varrho^2\pi\frac{y - h}{3}\right) = \frac{y}{4}\left(r^2\pi\frac{y}{3}\right).$$

Setzt man $\frac{hr}{r - \varrho}$ für $y$ ein, so ergiebt sich schliefslich

$$h_s = \frac{h}{4}\,\frac{r^2 + 2r\varrho + 3\varrho^2}{r^2 + r\varrho + \varrho^2}.$$

Multipliziert man oben und unten jedes Glied mit $\pi$, so erhält man

$$h_s = \frac{h}{4}\,\frac{r^2\pi + 2\sqrt{r^2\pi\varrho^2\pi} + 3\varrho^2\pi}{r^2\pi + \sqrt{r^2\pi\varrho^2\pi} + \varrho^2\pi} = \frac{h}{4}\,\frac{G_1 + 2\sqrt{G_1 G_2} + 3G_2}{G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2},$$

wo $G_1$ die untere, $G_2$ die obere Fläche ist, wobei gleichgültig ist, welche von beiden als die gröfsere angenommen wird.

Diese letzte Formel gilt nun für sämtliche Stumpfe dieser Gruppe.

309) Nach Nr. 164 läfst sich für die Querschnittsformel $q_y = cy^2$ im Anschlufs an die Figur 224, auf deren Grundfläche die Abstände $h_1$ und $h_2$ zu beziehen sind, die Schwerpunktshöhe folgendermafsen berechnen:

$$h_s = \frac{M}{J} = \frac{\frac{ch_2^4}{4} - \frac{ch_1^4}{4}}{\frac{ch_2^3}{3} - \frac{ch_1^3}{3}} = \frac{3}{4}\frac{h_2^4 - h_1^4}{h_2^3 - h_1^3},$$

was noch durch $h_2 - h_1$ gekürzt werden könnte, wodurch jedoch die Formel an Einfachheit verliert.

Daſs sich auch die Simpsonsche Regel anwenden läſst, ergiebt aus den nachstehenden allgemeinen Betrachtungen.

310) Körper gemischter Ordnung bis zum zweiten Grade. Hierher gehören die Kugel, der Kugelabschnitt und die Kugelschicht, das Drehungsellipsoid mit Abschnitt und Schicht, das dreiachsige Ellipsoid mit Abschnitt und Schicht, das einmantelige und zweimantelige Drehungsellipsoid (letzteres auch mit seinen Schichten), das ein- und zweimantelige dreiachsige Hyperboloid, das hyperbolische Paraboloid, sämtliche Prismatoide mit ebenen oder windschiefen Seitenflächen. Daſs dies der Fall ist, soll für jedes Beispiel nachgewiesen werden.

311) a) Berechnung mit Hülfe der Schichtenformel. Ist der Querschnitt von der Form

$$q_y = a + by + cy^2,$$

so liegt nach Nr. 178 der Schwerpunkt in der Höhe

$$y_s = \frac{\frac{ay^2}{2} + \frac{by^3}{3} + \frac{cy^4}{4}}{\frac{ay^2}{1} + \frac{by^2}{2} + \frac{cy^3}{3}}.$$

Hier könnte noch durch $y$ gekürzt werden, jedoch verliert die Formel dadurch an Übersichtlichkeit.

312) b) Berechnung mit Hülfe der Simpsonschen Regel. Ist der Querschnitt von der Form

$$q_y = a + by + cy^2,$$

so ist sein statisches Moment in Bezug auf die Grundfläche

$$m_y = ay + by^2 + cy^3.$$

Da nun der dritte Grad nicht überstiegen ist, kann sowohl der Inhalt, als auch das statische Moment nach der Simpsonschen Regel berechnet werden.

Der Inhalt wird