Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

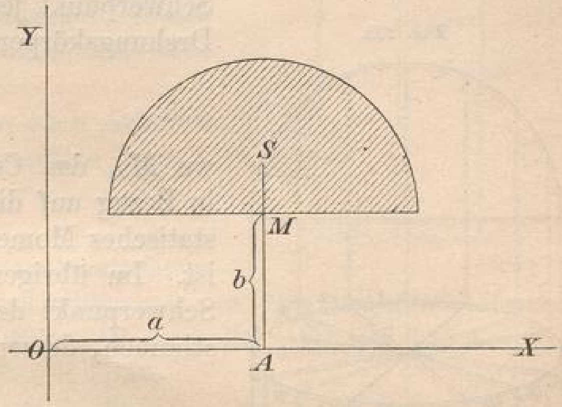
Leipzig, 1897

Negative und gebrochende Exponenten.

$$M_{xy} = \frac{a\pi^2 r^2 (3\,b\pi + 4\,r)}{2\,\pi \cdot 3\,\pi} = \frac{ar^2}{6}(3\,b\pi + 4\,r)\cdot$$

Im letzteren Falle war die Summenformel für ganze Exponenten nicht ohne weiteres brauchbar, denn die Kreisgleichung $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ führt auf $x = a + \sqrt{r^2 - (y-b)^2}$, wobei rechts erst nach Potenzen von y in unendlicher Reihe entwickelt werden müfste.

Fig. 238.



Der gewonnene Satz über das Centrifugalmoment sagt nichts Neues, bietet aber doch für viele Flächen einen bequemen Weg zur Berechnung. Er gilt auch für die Fälle, wo x oder x^2 durch eine unendliche Reihe gegeben ist, sobald man nur im Konvergenzgebiete bleibt.

327) Negative und gebrochene Exponenten. Ist die Querschnittsgleichung von der Form

$$x = q_y = ay^\alpha + by^\beta + cy^\gamma + dy^\delta + \cdots,$$

wobei unter den Exponenten auch negative und gebrochene sind, so ist nach Abschnitt V. C (Nr. 179 bis 195) zu verfahren. Tritt in der Querschnittsformel für den Körper oder für sein statisches Moment der Exponent -1 auf, der als Ausnahmefall zu betrachten ist und auf den natürlichen Logarithmus führt, so ist einige Vorsicht nötig, denn der unendlich werdende Streifen darf nicht zu der Fläche gehören, die untersucht werden soll. Sind sämtliche Exponenten gröfser als -1, so kann der Körper von Null bis zu jeder beliebigen endlichen Höhe y berechnet werden. Kommen Exponenten vor, die kleiner als -1 sind, so darf nicht von Null ausgegangen werden, da dann der entsprechende Diagrammteil im allgemeinen unendlich grofs wird. Dagegen kann die Fläche zwischen einem endlichen y_1 und einem endlichen y_2 berechnet werden.

328) Irrationale und transcendente Querschnittsgleichungen können insoweit berücksichtigt werden, als die Entwickelung von q_y in unendliche Reihen möglich ist. Auch hierüber ist schon vorher, z. B. in Nr. 195, das Nötige mitgetheilt, jedoch kann auch der entsprechende Abschnitt in Band III des Method. Lehrbuchs verglichen werden. Bei der Anwendung der Summenformel erhält man Reihen, die man entweder zu geschlossenen Ausdrücken

summieren kann, wovon in Nr. 195 einige Beispiele vorkommen, oder bei denen man auf eine geschlossene Summierung verzichten mufs. Im letzteren Falle erhält man Annäherungsresultate, indem man eine hinreichende Anzahl von Reihengliedern summiert.

329) Sektoren allgemeiner Drehungskörper. Ist die Y-Achse die Drehungsachse für eine Fläche, so liegt nach Nr. 116 der Schwerpunkt jedes Sektors des entstehenden Drehungskörpers in der Höhe

$$y = \frac{M_{xy}}{M_y},$$

wo M_{xy} das Centrifugalmoment der Fläche in Bezug auf die Koordinatenachsen, M_y ihr statisches Moment in Bezug auf die Y-Achse ist. Im übrigen ist (nach Nr. 47—50) der Schwerpunkt desjenigen Kreisbogens zu bestimmen, dessen Radius

$$e = \frac{T_y}{M_y}$$

ist und dessen Centriwinkel der des Sektors ist. Nach Nr. 9 ergiebt sich als Abstand

$$\varrho = \frac{es}{b} \text{ bezw. } \varrho = \frac{2e^2 \sin\frac{\alpha}{2}}{b},$$

wo $\alpha = \frac{b}{e\pi} 180^0$ ist.

Die Beispiele aus Nr. 49) und 50) mögen genügen.

Fig. 239.

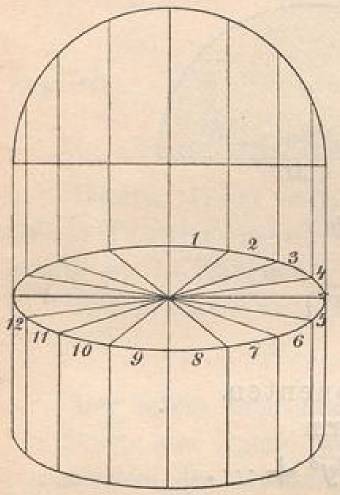
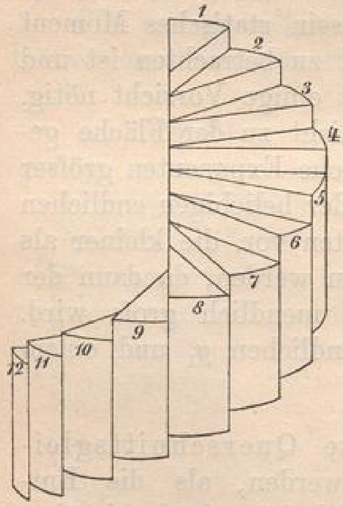


Fig. 240.



330) Körperliche Schraubengewinde. Im Method. Lehrbuche, Teil III, Stereometrie, ist an Fig. 91 gezeigt, dafs der Inhalt der körperlichen Schraubengewinde ohne weiteres nach der Guldinschen Regel berechnet werden kann, da die einzelnen Sektoren des Drehungskörpers nur in ihrer Lage verschoben sind, was den Inhalt nicht ändert. (Dies entspricht ganz der Flächenverschiebung beim Cavalierischen Prinzip).

Für einen vollen Umgang findet man also nach Nr. 116 den Schwerpunkt folgendermafsen. In der erzeugenden Fläche bestimme man den Punkt mit den Koordinaten $y = \frac{M_{xy}}{M_y}$, $x = \frac{T_y}{M_y}$. In der durch diesen