



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Lehrbuch der gotischen Konstruktionen

Ungewitter, Georg Gottlob

Leipzig, 1890-

Berechnung der Standfähigkeit des Strebewerkes. Beispiele

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76966](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76966)

pfeiler die rechteckige Grundform behalten, und eben dadurch bleibt der Wirkung des Oberbaues eine grössere Geltung gesichert, welche dadurch noch gesteigert wird, dass dieselbe, anstatt nach dem Polygon, nach dem Halbkreis angelegt ist, mithin das abschliessende Dachgesims durch seine grosse Kurve eine völlige Einheitlichkeit darstellt.

Der Anschluss des Strebebogenrückens führt auf eine wagerechte Teilung oder den Abschluss des Strebepfeilers, ebenso bestimmt sich in der Regel eine zweite Teilung durch den Anschluss des Bogens selbst, also die Höhe der Grundlinie desselben. Dieses Prinzip einer durch die Strebebögen beherrschten wagerechten Teilung der Strebepfeiler findet sich, zwar in freier Behandlung, selbst an denen des Kölner Domes, an welchem doch sonst der Vertikalismus in so entschiedener Weise vorherrscht.

Einem wesentlich verschiedenen System begegnen wir dagegen an der Kathedrale zu Reims (s. Fig. 894), wo der eigentliche Strebepfeiler, an welchen der Strebebogen anschliesst, sich an ein mächtiges Türmchen setzt, welches aus einem vollen, mit Blenden und auf den Ecken eingesetzten Säulchen geschmückten Untersatz und einem kolossalen, von vier Säulen getragenen, mit hohem achteckigen Helm und vier Eckriesen schliessenden Figurengehäuse besteht. Dabei entspricht die Höhenteilung des Türmchens weder jener des daran lehnenen Pfeilers, noch der durch den Anschluss der Strebebögen bestimmten Höhe. Dieses System der Aneinanderlehnung von zwei verschiedenen Pfeilerteilen, also einer mehr vertikalen Teilung, findet sich ferner, wenn schon in milderer Entschiedenheit an den Chorstrebepfeilern von St. Ouen zu Rouen (s. Fig. 1083), wo der obere Strebebogen auf dem unteren Gesims aufsetzt, und die Abdeckung desselben in der Höhe des Bogenanfanges des hinteren Pfeilerteiles anschliesst.

Es darf aber die Ungleichheit der Höhenteilung der beiden aneinander Lehnenen Pfeilerteile nicht zur völligen Regellosigkeit werden, vielmehr ist immer eine gewisse Beziehung derselben aufeinander zu wahren. So schliesst an den Reimser Pfeilern die Strebebogenabdeckung an das Giebeldach des Pfeilers, und letzteres oberhalb der Kapitäle an die Figurengehäuse in der Weise, dass der Dachfirst mit der Oberkante des wagerechten Gesimses abschliesst, und die Kapitäle der Säulen des Gehäuses mit denen der die hinteren Kanten des Pfeilers fasenden Säulchen aus ein und derselben Schicht genommen sind. Ueberhaupt ist es schon die Anlage durchgehender Lagerfugen, welche auf solche Uebereinstimmungen der Höhen führt und den vertikalen Tendenzen die Grenzen steckt.

Der Wasserablauf aus der Strebebogenrinne, von der wir bereits oben gesprochen haben, muss bei einem Aufsätze entweder durch diesen hindurch, oder um denselben herum nach den über der Mitte oder den Ecken der Strebebögen ausladenden Ausgüssen geleitet werden.

Nur an der Katharinenkirche in Oppenheim teilt sich der in die Pfeiler gehende Kanal im Innern derselben nach beiden Seiten und mündet in den Seitenflächen der Pfeiler, in den in Fig. 901 bei *a* angegebenen Löchern, so dass das Wasser über Wassersschlag und Traufgesims nach den Rinnen der Seitenschiffdächer abtropft.

Bei den Herstellungsarbeiten in den Jahren 1878—1889 wurden nach Angabe des Herrn Prof. Freih. von Schmidt zu München die alten Wasserläufe in allen ihren Teilen wieder hergestellt und ausgebaut, das Wasser selbst aber in Abfallröhren geleitet, um die Gefahr des Undichtwerdens metallener, in geschlossene Steinrinnen gebetteter Rohre vom Bau fern zu halten.

Berechnung der Standfähigkeit des Strebewerkes.

Wenngleich die Bedingungen der Standfähigkeit in dem Abschnitt über Widerlager bereits dargelegt sind, so soll es auch bezüglich der Basilika nicht unterlassen

werden, den Gang der Rechnung durch ein einfaches Beispiel dem Verständnis noch näher zu führen.

Beispiel: Der gleiche Grundriss (s. Fig. 394), welcher der Berechnung einer Hallenkirche auf S. 154 und 376 zu Grunde gelegt war, möge nun als einer in Ziegelstein zu erbauenden Basilika angehörig betrachtet werden. Die Gewölbe mögen die auf S. 154 angegebenen Schübe und Lasten ausüben, die Aussenwände des Seitenschiffes seien bei nur $2\frac{1}{2}$ Stein = 65 cm Dicke 11 m hoch, die von Pfeilern aus Sandstein getragenen Mittelwände, welche vom Fussboden bis zur Traufe eine Höhe von 22 m haben, sollen dagegen eine Stärke von 3 Stein = 78 cm erhalten, die bereits in den Scheidebögen vorhanden ist. Die Seitengewölbe sollen ohne, die Mitteltgewölbe jedoch mit einer Gurtübermauerung versehen sein, welche in Gemeinschaft mit den Strebebögen eine feste Querversteifung bildet. Ein ebm Mauerwerk aus ziemlich schweren Maschinensteinen möge 1800 kgr wiegen. Das Weitere geht aus dem Schnitt Fig. 912 hervor.

Beispiel:
Berechnung
des Schubes
der Strebe-
bögen.

Es soll zunächst berechnet werden, wie gross der Gegenschub des in 18 m Höhe anfallenden Strebebogens sein muss unter der Voraussetzung, dass der Druck unten durch den Mittelpunkt der Grundfläche des Mittelpfeilers geht.

Für letzteren Punkt wird die Momentengleichung aufgestellt für alle Kräfte, welche oberhalb der Grundfläche auf den Mittelpfeiler bez. die darüber lastende Wand wirken. Die Kräfte sind folgende:

Der gesuchte Horizontalschub B des Strebebogens, der mit 18,0 m Hebelsarm nach rechts dreht. — Der gleichfalls rechts drehende Schub des Seitengewölbes $H_2 = 2160$ (s. S. 154), er greift in rd 8,0 m Höhe über dem Fussboden an. — Der Vertikaldruck des halben Seitengewölbes $V_2 = 6840$, welcher in der Scheidebogenflucht, also um 0,39 m links von dem Momentenpunkt angreift. — Der links drehende Schub des Mitteltgewölbes $H_1 = 3240$ (s. S. 154), welcher in rd 17,5 m Höhe über dem Boden in die Wandflucht übergeht. — Der Vertikaldruck des halben Mitteltgewölbes $V_1 = 10260$, mit einem Hebel von 0,39 m rechts drehend. — Dazu kommt die horizontale und vertikale Widerlagskraft der Gurtübermauerung. Letztere wirkt mit einem Hebel von 0,39 m rechts drehend und ist gleich dem Gewicht der Hälfte der Uebermauerung, welches bei 25 cm Dicke und 7 qm Ansichtsfläche $V_g = 7,0 \cdot 0,25 \cdot 1800 = 3150$ kgr beträgt. Der links drehende Horizontalschub des übermauerten Gurtes wechselt bei Windschwankungen u. s. w., er kann im günstigsten Falle etwa so tief wie der Gewölbschub, also 17,5 m über Boden wirken und dann etwa ein Drittel der senkrechten Kraft V_g also rund $H_g = 1000$ betragen. — Das Gewicht des Pfeilers und der darauf ruhenden Mittelmauer, das nach Abzug von Fenstern, Blenden u. s. w. etwa 110000 kgr beträgt, entfällt aus der Rechnung, da bei symmetrischer Verteilung sein Schwerpunkt über der Pfeilermittle liegt, also einen Hebel = 0 hat.

Nach alledem lautet die Gleichung aus den rechts und links drehenden Kraftmomenten:

$$B \cdot 18,0 + H_2 \cdot 8,0 + V_1 \cdot 0,39 + V_g \cdot 0,39 = V_2 \cdot 0,39 + H_1 \cdot 17,5 + H_g \cdot 17,5$$

Nach Einsetzen der obigen Werte berechnet man:

$$B = 3020 \text{ kgr.}$$

Hat man den erforderlichen Schub des Strebebogens, so kann man das erforderliche Gewicht G desselben berechnen, indem man für den voraussichtlichen unteren Druckpunkt M die Momentengleichung aufstellt, sie lautet unter der Annahme, dass im vorliegenden Fall der Schwerpunkt des Bogens bez. die Kraft G um 3,0 m rechts von M und der obere Anfallpunkt N um 5,0 m oberhalb M liegt:

$$G \cdot 3,0 = 3020 \cdot 5,0$$

Das Gewicht des Strebebogens muss also sein: $G = 5033$ kgr. Das heisst der Bogen nebst der ihn belastenden Abdeckung muss $5033 : 1800 = 2,80$ cbm Inhalt oder bei $1\frac{1}{2}$ Stein = 0,38 m Dicke eine seitliche Ansichtsfläche von rd 7,40 qm erhalten.

Es ist gerade noch möglich einen durchbrochenen Bogen, wie ihn Fig. 912 zeigt, mit dieser geringen Fläche herzustellen. Würden praktische Gründe für einen etwas grösseren Massenaufwand

sprechen, so würde dem in gebotenen Grenzen bei sonst richtiger Verteilung nichts im Wege stehen, da ja die angenommene Gurtübermauerung durch ihre Steifigkeit (Vergrößerung von Hg) Widerstand leisten würde, natürlich würde dann aber auch der Widerlagspfeiler eine etwas grössere Stärke verlangen.

Es soll nun untersucht werden, wie sich der Strebebogen, dessen Abdeckung $1-1\frac{1}{2}$ m unterhalb der Traufe anfällt, bei einem die gegenüberliegende Wand treffenden starken Sturm von 120 kgr auf 1 qm verhält.

Berechnung
des Schubes
bei Wind-
wirkung.

Kann man annehmen, dass der Wind gegen Dach und Wand des Seitenschiffes von der Standfähigkeit dieser Aussenwand allein aufgenommen werden kann, so bleibt der Wind gegen die herausragende Mittelwand und das Mitteldach übrig.

Der Wind gegen ein 7 m hohes und 6 m breites Feld der Mittelwand beträgt: $6,0 \cdot 7,0 \cdot 120 = 5040$ kgr und hat eine mittlere Angriffshöhe von 18,5 m.

Der Wind gegen eine Jochlänge des Daches, welche bei 60° Neigung und 10 m schräger Länge $10,0 \cdot 6,0 = 60$ qm Dachfläche aufweist, beträgt nach S. 163: $60 \cdot 92 = 5520$ kgr, er greift in Höhe der Balken, also 22 m über dem Fussboden an.

Die Gesamtwirkung des Windes gegen Wand und Dach berechnet sich somit auf 10560 kgr mit etwa $20\frac{1}{2}$ m durchschnittlicher Angriffshöhe. Davon werden einige hundert Kilogramm entfallen infolge einer kleinen Schubverminderung der Strebebögen an der Windseite, ausserdem werden die beiden Mittelpfeiler zusammen etwa 2000 kgr aufnehmen können (was in jedem eine Druckverschiebung von $1000 \cdot 20,5 : 110\,000 = 0,19$ m nach sich ziehen würde, die ohne zu grosse Kantenpressung, welche hier nicht näher verfolgt werden soll, wohl noch zugänglich ist, s. S. 145 u. S. 155). Es würde dann noch ein Winddruck von etwa 8000 kg verbleiben, der teils durch den steifen Gurt, teils durch das Dachwerk und den Schildbogen (s. S. 341) dem Strebebogen zugeführt wird.

Diese horizontale Kraft ist viel grösser als der gewöhnliche Gegenschub des Strebebogens, sie würde einen einfachen Bogen nach oben in die Höhe drängen und zerbrechen, sie kann nur aufgenommen werden durch die schräg ansteigende obere Abdeckung, welche überdies durch ihren hohen Anfall gegen die oberen Mauerteile den Wind da abfängt, wo er zur Geltung kommt, also dem Pfeiler erschütternde Drehmomente fernhält.

Der Winddruck $W = 8000$ kgr zerlegt sich in zwei Seitenkräfte (s. Fig. 912 a), die eine Seitenkraft fällt in die Richtung der Strebe und beläuft sich bei 45° Steigung derselben auf $8000 \cdot \sqrt{2} = 11\,314$ kgr, die andere ist senkrecht nach oben gerichtet und ergibt sich zu 8000 kgr, ihr setzt sich die Last des oberen Mauerstückes nebst Dachgewicht und senkrechter Windlast (s. Tabelle S. 163) entgegen und verhindert ein Hochdrängen dieser Teile. Die grössere in die Richtung der Bogenabdeckung fallende Kraft von 11314 kgr muss von dieser Abdeckung sicher nach unten geleitet werden können. Wird vorausgesetzt, dass die Gefahr des Knickens oder Ausbauchens im vorliegenden Falle noch nicht zu fürchten ist, so kommt nur die Druckfestigkeit des Querschnittes $x \cdot x$ in Frage. Würde man bei einer Ausführung in Ziegel und Kalkmörtel 7 kgr Druck auf 1 qm zulassen, so müsste der Querschnitt $11\,314 : 7 = 1616$ qm sein, also bei 38 cm durchschnittlicher Breite eine Höhe von $42\frac{1}{2}$ cm haben müssen. Bei Ausführung dieser Teile mit Zementmörtel oder bei Verwendung von Werkstein könnten die Abmessungen noch etwas eingeschränkt werden.

Nunmehr ist noch die Standfähigkeit des aus Ziegelstein aufzuführenden, den Strebebogen aufnehmenden Strebepfeilers zu prüfen, der bei einer vermittelten Höhe von 18 m und Breite von 1 m eine untere Länge von 3,2 m und eine obere Länge von 2,4 m haben möge.

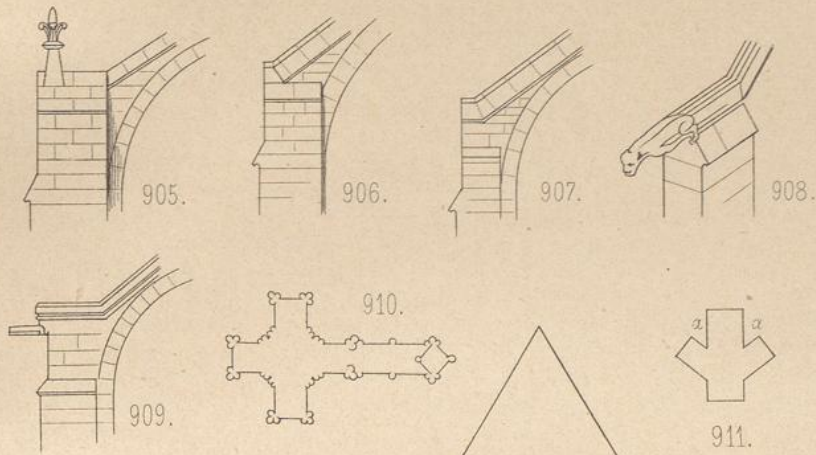
Berechnung
der Strebe-
pfeiler.

Auf den Strebepfeiler wirken der Wölbschub H_2 des Seitenschiffes, der Schub B des Strebebogens und der 8000 kgr betragende horizontale Schub W, den die Abdeckung des Strebebogens bei Wind ausübt (Fig. 912 b), als umstürzende Kräfte, sie liefern bezüglich der Pfeilergrundfläche in Fussbodenhöhe folgende Momente:

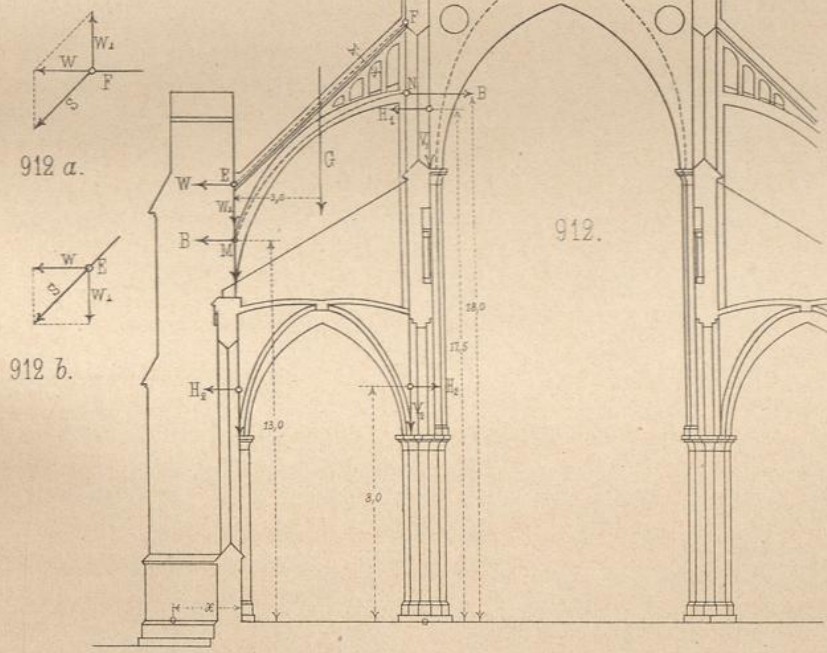
Seitenschiff	$2160 \cdot 8,0 = 17\,280$
Strebebogen	$3020 \cdot 13,0 = 39\,260$
Abdeckung des Strebebogens bei Wind $8000 \cdot 15,0 = 120\,000$	

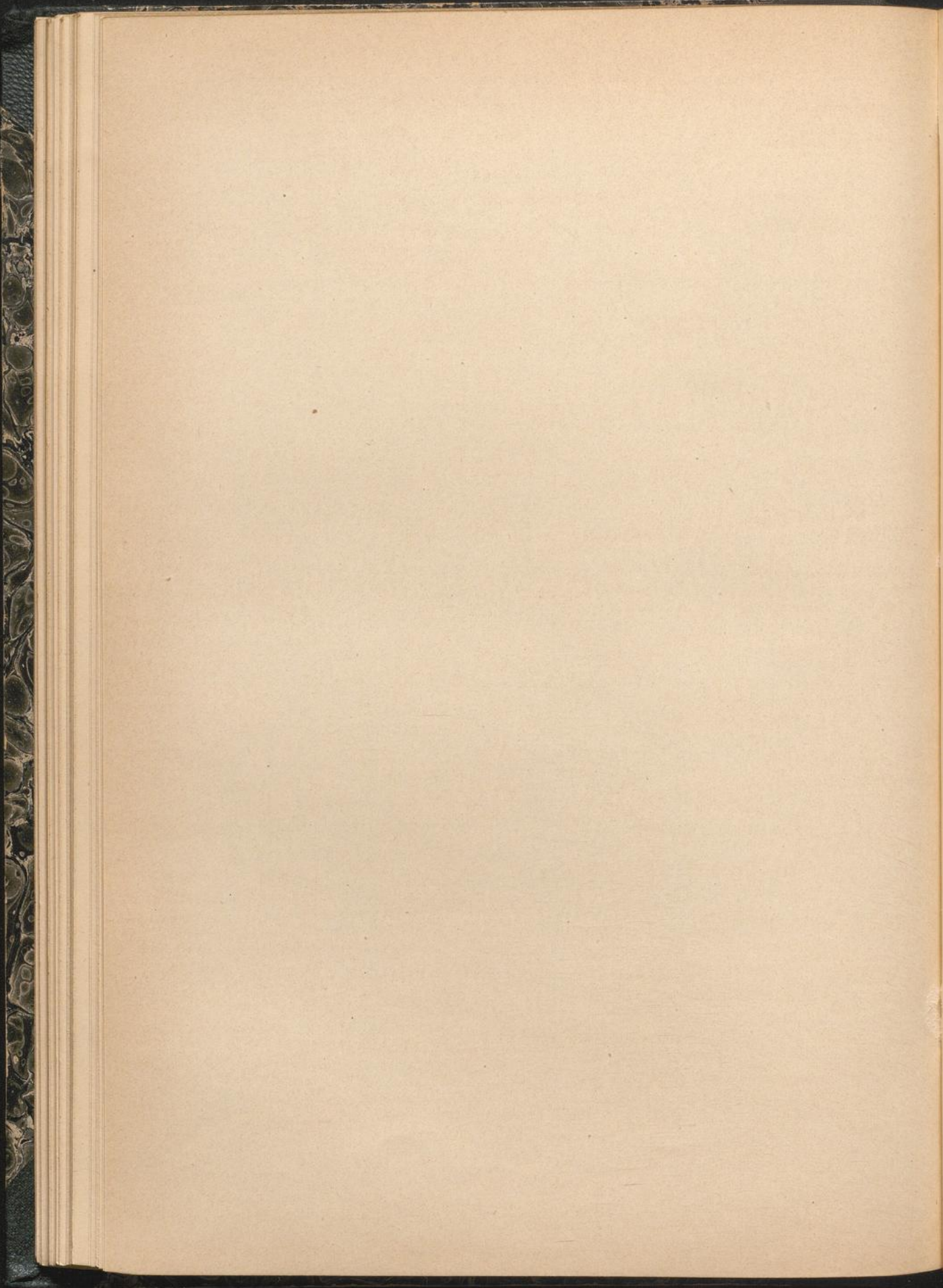
Gesamtumstürzmoment : 176540

Die Widerlagspfeiler der Strebebögen.



Berechnung eines Strebesystems.





Für den noch unbekanntem Druckpunkt in der Grundfläche, der X Meter vor der Hinterkante liegen möge, wird die Momentengleichung aufgestellt, indem das soeben ermittelte Umsturzmoment gleich den günstigen Momenten der senkrechten Kräfte gesetzt wird. Die senkrechten Kräfte sind die folgenden: 1. das Gewicht des Strebepfeilers, der bei 18,0 m Höhe, 1,0 m Dicke und 3,2 m unterer bez. 2,4 m oberer, also 2,8 m mittlerer Länge $18,0 \cdot 1,0 \cdot 2,8 = 50,4$ cbm Inhalt hat, also $50,4 \cdot 1800 = 90720$ kgr wiegt, während sein Schwerpunkt 1,4 m vor der Innenkante liegt. — 2. Das Gewicht der an den Strebepfeiler anschliessenden Stücke der Aussenwand, welche bei rund 20 cbm Inhalt 36000 kgr wiegen, während der Schwerpunkt 0,32 m vor der Hinterkante liegt. — 3. Die in der inneren Mauerflucht angreifende Vertikalkraft des Seitenschiffgewölbes, die wie oben bemerkt 6840 kgr beträgt. — 4. Das in der Hinterflucht des Strebepfeilers angreifende Gewicht des Strebebogens von 5033 kgr. — 5. Die senkrechte Seitenkraft des von der Abdeckung übertragenen Druckes (Fig. 912b), sie beträgt 8000 kgr und kann als in der Hinterflucht angreifend betrachtet werden. Die Momentengleichung heisst somit:

$$90720 \cdot (X - 1,40) + 36000 \cdot (X - 0,32) + (6840 + 5033 + 8000) \cdot X = 176540.$$

Daraus berechnet sich der Abstand des Druckes von der Hinterkante zu:

$$X = 2,15 \text{ m.}$$

Der Druck liegt schon etwas ausserhalb des Kernes, er bleibt aber immerhin noch 1,05 m von der Aussenkante entfernt. Die Summe aller auf der Pfeilergrundfläche ruhenden senkrechten Lasten berechnet sich zu rd 150000 kgr und die Durchschnittspressung beläuft sich bei rd 4,0 qm tragender Grundfläche des Pfeilers und der anstossenden Wand auf $\frac{150000}{40000}$ also 3,75 kgr. Die Kantenpressung

ist etwas mehr als die doppelte Durchschnittspressung, sie wird also etwa 8 oder 9 kgr auf 1 qm betragen. Diese Beanspruchung kann als nur ausnahmsweis vorkommend für gutes Ziegelmauerwerk allenfalls noch zugelassen werden; glaubt man das Mauerwerk nicht so stark beanspruchen zu dürfen, so würde der Pfeiler etwas verlängert und dann von Neuem berechnet werden müssen. Es ist in unseren Rechnungen der Winddruck in der hergebrachten Grösse von 120 kgr auf den qm senkrecht getroffener Fläche angesetzt; hält man es in Rücksicht auf bessere Untersuchungen oder örtliche Verhältnisse für angezeigt, grössere oder kleinere Werte zu Grunde zu legen, so wird das Schlussergebnis sich entsprechend etwas ändern, das Wesen der Sache wird aber das gleiche bleiben. Zu gering sollte man aber den Wind gegen das Mittelschiff der Basilika nie annehmen, da dasselbe gewöhnlich alle Nachbarbauten überragt und sich überdies der Wind von den Seitendächern gegen die Mittelwand hinaufschiebt. Wenn kein Wind wirkt, liegt der Druck nach Ausweis der ebenso wie vorhin aufzustellenden Momentengleichung in grösster Nähe des Schwerpunktes der Grundfläche, so dass eine fast gleichmässige Verteilung des Druckes erfolgt, der sich an keiner Stelle weit von der Durchschnittspressung, welche etwa 4 kgr beträgt, entfernt. Würden die Mittelpfeiler sehr schlank gemacht, so dass sie nicht imstande wären, einen Teil des Windes (wie oben angenommen) aufzunehmen, so würde ihr Anteil dem Strebepfeiler noch mit zufallen, auf den dann oben eine Seitenkraft von etwa 10000 statt 8000 wirken würde, was eine Verstärkung des Strebepfeilers nötig machen würde. Es kann bei der Basilika also ebenso wie bei der Hallenkirche (s. S. 375) der äussere Strebepfeiler für den Mittelpfeiler eintreten, sobald für eine richtige Querversteifung durch Mittelgewölbe und Strebebögen gesorgt ist. Umgekehrt würde auch ein sehr starker Mittelpfeiler für einen zu schwachen äusseren Strebepfeiler eintreten können. Man kann allgemein bei richtiger Querversteifung annehmen, dass die Basilika standfähig ist, wenn die beiden Mittelpfeiler und der dem Winde abgekehrte Strebepfeiler in Summe standfähig genug sind.

Es steht nichts im Wege die Rechnung, die hier wegen des knappen Raumes in möglichst abgerundeter Form nur für die Hauptteile durchgeführt ist, mit gesteigerter Genauigkeit auf weitere Einzelheiten auszudehnen, besonders den ganzen Druckverlauf in den Mittelpfeilern bez. Mittelwänden mit Einschluss des Dachwerkes, der Schildbögen, Umgänge u. s. f. zu verfolgen, das Verhalten der Strebebögen und der Gurtübermauerung bei wechselnder Windstärke zu prüfen, die wichtigen Sockel und Fundamenterbereitungen an der Hand der Rechnung festzustellen u. dgl. mehr. Es dürfte die vorliegende Auflage des Lehrbuches die Fingerzeige dafür an den verschiedenen Stellen geboten haben, so dass es dem Entwerfenden bei einiger Umsicht unschwer gelingen

Allgemeines
über Rechnungen.

dürfte, sich mit Einzelheiten und Sonderheiten, die erst bei einem durcharbeiteten Entwurf in Erscheinung treten, in angemessener Weise abzufinden.

Hier kam es uns darauf an, die Scheu vor allem, was irgendwie an Theorie zu streifen scheint, etwas zu bannen, leicht begehbbare Wege sowohl für genauere als angenäherte Rechnungen aufzusuchen und darauf hinzuweisen, dass wir bislang die statischen Verhältnisse derartiger Bauwerke nicht immer mit richtigen Augen angesehen haben, dass wir uns z. B. im Gegensatz zu den alten Meistern viel zu sehr daran gewöhnt haben, nur den ruhenden Kräften, Wölbschüben u. s. f. Rechnung zu tragen, während es gerade in ganz besonderem Masse die schwankenden Beanspruchungen durch Wind u. dgl. sind, denen mit besonderer Aufmerksamkeit begegnet werden muss. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass beim Fehlen von Windschüben zur Not unsere grössten Basiliken ohne Strebebögen ausführbar gewesen wären, da sich dann durch Ueberkragen und Auswägen der Massen immer eine Gleichgewichtslage hätte erreichen lassen.

Manche unserer Ausführungen sind, wie nicht gelehnet werden soll, erste Versuche, die hoffentlich weitere Vervollkommnung erfahren werden. Bei dieser Gelegenheit können wir leider die Bemerkung nicht unterdrücken, dass viele Grundfaktoren, auf welche sich unsere Rechnungen stützen müssen, noch weitgehender Klärungen bedürfen, dahin gehört die zulässige Beanspruchungsgrenze, die Elastizität und Knickfestigkeit der Stein- und Mörtelarten, die Stärke des Windes, seine Stosswirkung, seine Ablenkung und sein Gleiten auf schrägen Flächen und manches andere. Neuerdings scheinen erfreulicherweise sich Theoretiker und Praktiker etwas mehr diesen Gebieten zuzuwenden.

4. Die Entwicklung der Triforien.

Durchschnitt der Triforien.

Es stelle Fig. 913 den Durchschnitt einer Kirche mit Strebesystem dar, wie dasselbe sich aus dem Vorhergehenden ergibt, es sei darin a der vor den Mittelschiffsfenstern angelegte Umgang, das Dreieck abc das Seitenschiffdach, und e das den Strebebogen aufnehmende Säulchen, welches auf einem durch das Innere jenes Daches geführten Pfeiler aufsetzt. Legen wir nun bestimmte Dimensionen zu Grunde und rechnen etwa bei Weiten von Mittel- und Seitenschiff von 9 m bez. $5\frac{1}{2}$ m und einer Pfeilerstärke von 1,35, für den Vorsprung der Dienste oberhalb der Pfeilerkapitäl, also fg , 30 cm, die Fensterwand hi 45—50 cm, die Weite des Umganges a 40 cm und die Säulen e 30 cm, so ergibt sich für die Gesamtstärke ex das Mass von zirka 1,50 m, mithin die Notwendigkeit jene die Säulen e tragenden Pfeiler entweder auszukragen, oder dem Gewölbeanfang des Seitenschiffes aufzusetzen und zwar um eine Weite, welche mit der Abnahme der Schiffweiten und der dadurch bedingten der unteren Pfeilerstärken zunimmt, da die Weite des Umganges eine konstante sein muss.

Hiernach würde sich, wie unsere Figur zeigt, auf die Höhe zwischen dem Scheidbogenscheitel und der Sohle des Umganges eine Mauerstärke von wenigstens 90 cm und über den Schiffspfeilern bei fk , da die Säulen e doch auch mit Sockeln versehen sind, eine solche von zirka 1,7 m ergeben.

Wenn nun schon oberhalb des Umganges eine solche Pfeilerstärke eben durch das Strebesystem überflüssig wurde, so ist sie es mindestens in gleichem Masse auf der