UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Rollen auf schiefer Ebene, komisches Problem.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

Auflösung. Arbeit der Schwerkraft ph gleich der Energie

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{T\vartheta^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+\frac{T\left(\frac{v}{r}\right)^2}{2}=\frac{7}{10}mv^2$$

zu setzen, oder

$$mgh=\frac{7}{10}mv^2,\quad v=\sqrt{\frac{10gh}{7}}=\sqrt{2g_1h}=\sqrt{2g_1l\sin\alpha},$$

also Beschleunigung $g_1=\frac{5}{7}g\sin\alpha$.

177) **Aufgabe.** Wie grofs würde die Zunahme der Erddrehung sein, wenn sich die Erde vom Radius r auf den Radius r_1 zusammenzöge?

Auflösung. Das Trägheitsmoment $T=\frac{2}{5}mr^2$ würde übergehen in $T_1=\frac{2}{5}mr_1^2$, die Winkelgeschwindigkeit ϑ in die zu berechnende ϑ_1. Nimmt man an, die Drehungsenergie bliebe unverändert, was ziemlich wahrscheinlich ist, so hat man zu setzen:

$$\frac{T_1\vartheta_1^2}{2}=\frac{T\vartheta^2}{2}$$

oder

$$\frac{2}{5}mr_1^2\cdot\frac{\vartheta_1^2}{2}=\frac{2}{5}mr^2\cdot\frac{\vartheta^2}{2},$$

woraus folgt:

$$\vartheta_1=\frac{r}{r_1}\vartheta,$$

d. h. die Winkelgeschwindigkeit wächst mit dem Verhältnisse $\frac{r}{r_1}$. Aus $r\vartheta=r_1\vartheta_1$ folgt zugleich, dafs die Äquatorialgeschwindigkeit unverändert bleibt. Dasselbe gilt unter einer einfachen Annahme von jedem Massenteilchen.

Die Centrifugalkraft am Äquator geht für die Masseneinheit von $\varkappa=r\vartheta^2$ über in $\varkappa_1=r_1\vartheta_1^2=r_1\frac{r^2}{r_1^2}\vartheta^2=\frac{r}{r_1}(r\vartheta^2)=\frac{r}{r_1}\varkappa$, d. h. sie wächst ebenfalls mit dem Verhältnisse $\frac{r}{r_1}$.

Daraus folgern nun zahlreiche Anhänger der Laplaceschen Hypothese über die Bildung des Sonnensystemes, dafs die Abplattung des rotierenden Körpers gleichfalls wachsen müsse. Dies ist aber falsch. Es ist nämlich zu berücksichtigen, dafs gleichzeitig die Schwerkraft auf der Kugelfläche in dem stärkeren Verhältnisse $\frac{r^2}{r_1^2}$ zunimmt, dafs z. B. bei der Erde die Freifallbeschleunigung g in $g\frac{r^2}{r_1^2}$

übergeht. Der sogenannte Abplattungsfaktor $\frac{\varkappa}{g} = \frac{r\vartheta^2}{g}$ (der nicht etwa das Maſs der Abplattung selbst angiebt, und dessen Betrag für die Erde etwa $\frac{1}{290}$ ist) geht über in $\frac{\varkappa_1}{g_1} = \frac{r}{r_1}\varkappa \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\varkappa r_1}{gr}$, d. h. der Abplattungsfaktor nimmt ab im Verhältnisse der beiden Radien, er nimmt nicht zu.

178) Allgemeine Folgerungen.

Eine Fläche habe die Querschnittsformel

$$1)\qquad x = a + by + cy^2 + dy^3 + ey^4 + \cdots.$$

Ist die Reihe unendlich lang, so muſs die Betrachtung auf den Konvergenzbereich beschränkt werden, während bei endlicher Reihe Einschränkungen nicht nötig sind. Der Inhalt von 0 bis y wird

$$2)\qquad \overset{y}{\underset{0}{F}} = \frac{ay}{1} + \frac{by^2}{2} + \frac{cy^3}{3} + \frac{dy^4}{4} + \frac{ey^5}{5} + \cdots.$$

Das statische Moment des Streifens 1) in Bezug auf die X-Achse ist

$$xy = ay + by^2 + cy^3 + dy^4 + ey^5 + \cdots,$$

das entsprechenden Moment der Gesamtfläche also

$$3)\qquad M_x = \frac{ay^2}{2} + \frac{by^3}{3} + \frac{cy^4}{4} + \frac{dy^5}{5} + \frac{ey^6}{6} + \cdots.$$

Daraus folgt die Schwerpunktshöhe

$$4)\qquad y_s = \frac{M_x}{F} = \frac{\frac{ay^2}{2} + \frac{by^3}{3} + \frac{cy^4}{4} + \cdots}{\frac{ay}{1} + \frac{by^2}{2} + \frac{cy^3}{3} + \cdots}.$$

Das Trägheitsmoment des Streifens 1) in Bezug auf die X-Achse ist

$$xy^2 = ay^2 + by^3 + cy^4 + dy^5 + \cdots,$$

das entsprechende Trägheitsmoment der Gesamtfläche also

$$5)\qquad T_x = \frac{ay^3}{3} + \frac{by^4}{4} + \frac{cy^5}{5} + \frac{dy^6}{6} + \cdots.$$

Für die horizontale Schwerpunktsachse ist es

$$6)\qquad T_s = T_x - y_s^2 F = T_x - \frac{M_x^2}{F^2} F = T_x - \frac{M_x^2}{F}.$$

Der Trägheitsradius in Bezug auf die X-Achse bestimmt sich aus

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN