



Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnerischer und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Konstruktion der Parabeln höherer Ordnung.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76845](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76845)

$$\frac{y}{0} = \text{elg } y$$

wird.

Damit ist die Angelegenheit für technische Zwecke überhaupt geklärt und ein weiterer Bereich für wichtige Anwendungen erschlossen.

183) Konstruktion der Parabeln höherer Ordnung.

Die Curven $x = y^\alpha$ für beliebiges reelles α einschließlich des Falles $\alpha = -1$ haben eine einfache Konstruktionsmethode, die sich aus Folgendem ergibt:

Ist x_2 mittlere Proportionale zu x_1 und x_3 , also

$$x_1 : x_2 = x_2 : x_3,$$

so folgt aus der Kurvengleichung, daß

$$y_1^\alpha : y_2^\alpha = y_2^\alpha : y_3^\alpha,$$

folglich auch

$$y_1 : y_2 = y_2 : y_3$$

ist. Also: Ist die mittlere Abscisse mittlere Proportionale zwischen den außenliegenden Abscissen, so ist auch die mittlere Ordinate mittlere Proportionale zwischen den außenliegenden Ordinaten.

Sind also von einer Parabel $x = y^\alpha$ zwei Punkte A und B bekannt, so kann man durch Eintragen mittlerer Proportionalen einen dritten Punkt C konstruieren, sodann zwischen A und C , C und B ebenfalls neue Punkte einschalten u. s. w.

Auch nach außen läßt sich die Curve fortsetzen. Da es sich dann um ein Fortschreiten nach geometrischer Weise handelt, so ergibt sich folgender Konstruktionsmechanismus.

Sind in Fig. 144 A und B gegeben, so ziehe man beliebig OK und bilde durch Projektion AA_1A_2 und BB_1B_2 . Zieht man A_2B_1 , sodann parallel dazu B_2C_1 , darauf im Zickzack C_1C_2 , $C_2D_1 \parallel A_2B_1$, D_1D_2 , $D_2E_1 \parallel A_2B_1$ u. s. w., so erhält man die in geometrischer Weise aufeinander folgenden Abscissen. Ebenso verfähre man in Bezug auf die beliebige Gerade OL mit $A \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$, $B \mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2$ und $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_1$ u. s. w., was die Ordinaten \mathfrak{C}_1 , \mathfrak{D}_1 u. s. w. giebt. Dadurch werden Punkte $C, D, E \dots$ der Curve bestimmt, die auch rückwärts fortgesetzt werden kann.

Fig. 143.

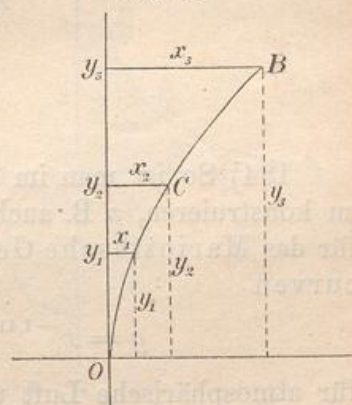
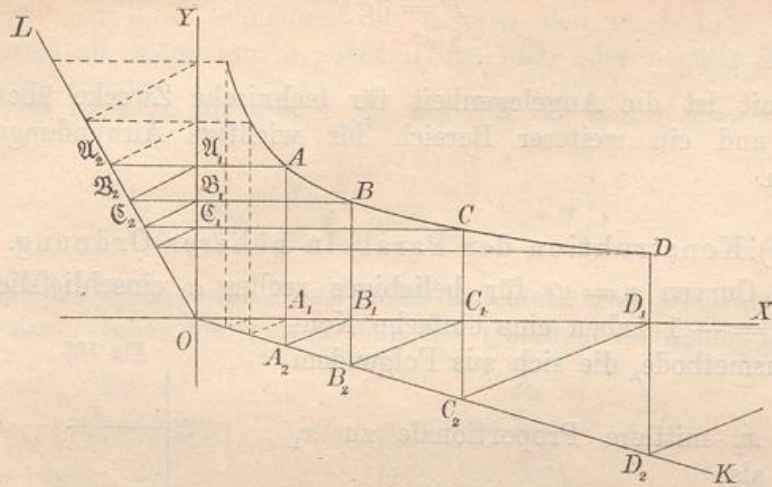


Fig. 144.



184) So ist man im Stande, jede Parabel höherer Ordnung leicht zu konstruieren, z. B. auch die gleichseitige Hyperbel (Diagrammcurve für das Mariottesche Gesetz) und die adiabatischen Diagrammcurven

$$y = x^{-1,41} \quad \text{und} \quad y = x^{-1,125} = x^{-\frac{9}{8}}$$

für atmosphärische Luft und gesättigte Wasserdämpfe.

Die Diagrammflächen für die letztern ergeben sich nach Obigem als

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2^{-1,41+1} - x_1^{-1,41+1}}{-1,41+1} = \frac{x_2^{-0,41} - x_1^{-0,41}}{-0,41} = \frac{x_1^{-0,41} - x_2^{-0,41}}{0,41},$$

bezw.

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2^{-\frac{9}{8}+1} - x_1^{-\frac{9}{8}+1}}{-\frac{9}{8}+1} = \frac{x_2^{\frac{1}{8}} - x_1^{\frac{1}{8}}}{-\frac{1}{8}} = 8 \left(x_1^{\frac{1}{8}} - x_2^{\frac{1}{8}} \right),$$

sodafs sich die Diagramme für die Expansionsarbeit und Kompressionsarbeit leicht berechnen lassen. (Vergl. Meth. Lehrbuch, Teil 3, Algebr. Anal. V, d.)

185) Dasselbe gilt von der Newtonschen Gravitationskurve

$$x = \frac{p}{y^2} = py^{-2}$$

(Anziehung umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung), deren Fläche

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{y_2^{-2+1} - y_1^{-2+1}}{-2+1} = \frac{\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}}{1} = \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2}$$