Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Beispiel der Neilschen Parabel.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

189) Alles andere läfst sich aus diesen Tabellen leicht ableiten, insbesondere auch die Momente für die Restflächen, deren Drehungskörper sich ebenso leicht behandeln lassen. Übungsbeispiele mathematischer und mechanischer Art, z. B. über abgeschrägte Körper, die über diesen Flächen stehen und ihre Schwerpunkte, über Centrifugalkräfte der massenbelegten Flächen, über seitlichen Wasserdruck gegen solche Flächen, über die Dynamik der genannten Drehungskörper lassen sich in grofser Zahl anschliefsen. Die Fortsetzung der Tabellen nach rechts kann ohne Mühe auf Grund arithmetischer Reihen geschehen, ebenso die Interpolation für gebrochene Exponenten, für die unter 190) ein Beispiel gegeben werden soll.

190) Beispiel der Neilschen Parabel (semikubische Parabel)

$$x = \frac{k y^{\frac{3}{2}}}{h^{\frac{3}{2}}}.$$

Durch Einschaltung zwischen die zweite und dritte Kolonne findet man aus der Tabelle sofort

$$F = \frac{kh}{2\frac{1}{2}} = \tfrac{5}{2} kh, \quad M_x = \frac{kh^2}{3\frac{1}{2}} = \tfrac{2}{7} kh^2, \quad T_x = \frac{kh^3}{4\frac{1}{2}} = \tfrac{2}{9} kh^3,$$

$$M_y = \frac{hk^2}{8}, \quad T_y = \frac{hk^3}{\frac{12+21}{2}} = \frac{2hk^3}{33}, \quad M_{xy} = \frac{k^2h^2}{10}, \quad y_s = \frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{2}} h = \tfrac{5}{7} h,$$

$$x_s = \frac{2\frac{1}{2}}{8} k = \tfrac{5}{16} k, \quad \varrho_y = h \sqrt{\frac{2\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}}} = h\sqrt{\tfrac{5}{9}},$$

$$\varrho_x = k \sqrt{\frac{2\frac{1}{2}}{\frac{12+21}{2}}} = k\sqrt{\tfrac{5}{33}}, \quad l_x = h \frac{3\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = \tfrac{7}{9} h, \quad l_y = \frac{8}{\frac{12+21}{2}} k = \tfrac{16}{33} k,$$

$$e_y = \frac{M_{xy}}{M_x} = \frac{3\frac{1}{2}}{10} k = \tfrac{7}{20} k, \quad e_x = \frac{M_{xy}}{M_y} = \tfrac{4}{5} h, \quad \text{u. s. w.}$$

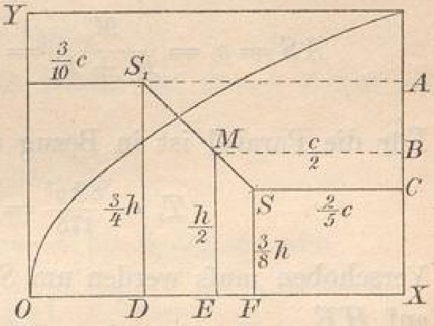
Ebenso ist der Drehungskörper der Neilschen Parabel leicht mittels der Interpolation innerhalb der Tabelle zu behandeln.

191) Die Parabeln von der Ordnung $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ u. s. w. können auch so behandelt werden, dafs man die Parabel 2ter, 3ter, 4ter u. s. w. Ordnung um die Gerade von 45° Neigung klappt. Es handelt sich also nur um eine Vertauschung der Koordinaten, im übrigen sind die Rechnungen und Resultate dieselben.

Um zu zeigen, wie man aus den Resultaten der Tabelle die Resultate für die Restflächen der Rechtecke ableiten kann, werde das Beispiel der gewöhnlichen Parabel behandelt.

192) Beispiel der gewöhnlichen Parabel. Die Flächen verhalten sich wie $1:2$, folglich $S_1M : MS = 2:1$, ebenso $AB:BC$ und $DE:EF$. Da $AB = \frac{3}{4}h - \frac{h}{2} = \frac{h}{4}$, so ist $BC = \frac{h}{8}$, folglich $FS = \frac{3}{8}h$; da ferner $DE = \frac{c}{2} - \frac{3}{10}c = \frac{2}{10}c$, so folgt $EF = \frac{c}{10}$ und daher $CS = \frac{4}{10}c = \frac{2}{5}c$ und $CF = \frac{3}{5}c$.

Fig. 148.



Die statischen Momente sind daher

$$M_x = \frac{2}{3}ch \cdot \frac{3}{8}h = \frac{ch^2}{4},$$

$$M_y = \frac{2}{3}ch \cdot \frac{3}{5}c = \frac{2}{5}hc^2.$$

Die Trägheitsmomente, durch Subtraktion aus dem Rechteck abgeleitet, sind

$$T_x = \frac{ch^3}{3} - \frac{ch^3}{5} = \frac{2}{15}ch^3,$$

$$T_y = \frac{hc^3}{3} - \frac{hc^3}{21} = \frac{2}{7}hc^3.$$

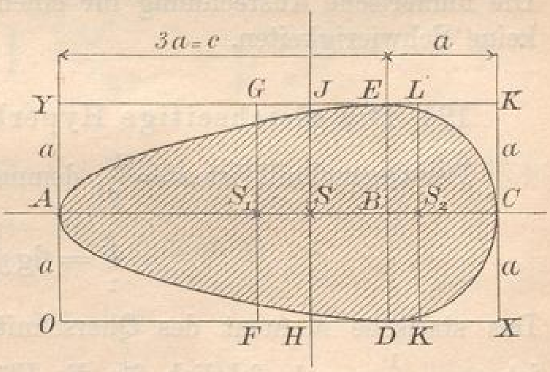
Für den Schwerpunkt erhält man

$$T_s = T_x - F\left(\frac{3}{8}h\right)^2 = \frac{2}{15}ch^3 - \frac{2}{3}ch\frac{9}{64}h^2 = ch^3\left(\frac{2}{15} - \frac{3}{32}\right) = \frac{19}{480}ch^3,$$

$$T_s' = T_y - F\left(\frac{3}{5}c\right)^2 = \frac{2}{7}hc^3 - \frac{2}{3}ch\frac{9}{25}c^2 = hc^3\left(\frac{2}{7} - \frac{6}{25}\right) = \frac{8hc^3}{175}.$$

193) **Aufgabe.** Ein Haken habe an der am stärksten beanspruchten Stelle einen Querschnitt, der nach der einen Seite durch einen Halbkreis mit Radius a begrenzt ist, nach der andern durch eine Parabel, die einem Rechteck mit den Seiten $3a$ und $2a$ eingeschrieben ist. Der Schwerpunkt und das mafsgebende Trägheitsmoment sollen berechnet werden.

Fig. 149 a.



Auflösung. Nach vorigem Abschnitte ist

$$AS_1 = \frac{3}{5}c = \frac{9}{5}a,$$

aufserdem ist

$$AS_2 = 3a + \frac{3a}{4\pi} = \frac{3a}{4\pi}(4\pi + 1), \quad F_1 = \frac{2}{3}2a \cdot 3a = 4a^2, \quad F_2 = \frac{a^2\pi}{2}.$$