



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Lehrbuch der gotischen Konstruktionen**

**Ungewitter, Georg Gottlob**

**Leipzig, 1890-**

6. Beanspruchung, erforderliche Wandstärke und Widerlagsschub  
steinerner Helme

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76966](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76966)

Eine Verzierung der Flächen ergibt sich in einfachster und angemessenster Weise durch ein aus verschiedenfarbigen Ziegeln gebildetes gemauertes Muster.

Die Endigung wird wie bei den steinernen Helmen voll ausgemauert, und die Bekrönung entweder durch ein aufgesetztes Werkstück, einen Aufsatz von gebranntem Thon, oder endlich nur durch die den Fuss der Eisenstange umkleidende und die Fuge verschliessende bleierne Hülse, welche dann jeder beliebigen reicheren Gestaltung fähig ist, gebildet.

In völlig gleicher Weise wie an den Steinhelmen können auch hier verschiedenartige Durchbrechungen gebildet werden, zunächst einfache Schlitzte, ferner die lukenartigen, etwa nach Fig. 1432 gestalteten Öffnungen, letztere jedoch nur bei wagerechter Fugenrichtung. Die zur Helmsteigung normale Fugenlage ermöglicht einzelne nach Kreis- oder Vielpassformen gebildete, also mehr masswerkartige Durchbrechungen (s. Fig. 1432 unten), die natürlich vielfach gesteigert werden und grosse Flächen einnehmen können. Eine völlige Durchbrechung der Ziegelhelme nach Art der Steinhelme aus eigens geformten Masswerkteilen dagegen würde zwar nicht über die Grenzen der Möglichkeit, aber doch der Rätlichkeit hinausgehen.

Überhaupt ist die Haltbarkeit auch eines guten Ziegelmaterials an einer den Einflüssen der Witterung in so hohem Grade ausgesetzten Stelle gewissen Beschränkungen unterworfen. Zu zierliche Details soll man vermeiden, auch mit der Verwendung von Wanddicken von nur  $\frac{1}{2}$  Stein für kleinere oder die oberen Stücke grösserer Türme soll man vorsichtig sein, wenn man nicht vorzügliches Material (am besten glasharte Klinker) und zuverlässigen wasserdichten Mörtel (z. B. ziemlich fetten Cement) verwenden will. Gute Glasuren können die Dauer der Ziegel wesentlich steigern, wofür der etwa aus dem 15. Jahrh. stammende s. g. blaue Turm zu Lübeck einen Beweis liefert, dessen Mauern aus wechselnden roten und schwarz glasierten Ziegeln aufgeführt sind, die ersteren sind auf einige Zoll Tiefe ausgefressen, während letztere in der ursprünglichen Flucht stehen geblieben sind. Schlechte, abbröckelnde und mit vielen Haarrissen versehene Glasuren können mehr schaden als nützen. Als mangelhafter Ersatz für gute Glasur oder sonst wetterbeständige Ziegel kann ein Überzug aus möglichst gutem Mörtel gelten, der auch an unregelmässig aufgemauerten Steinhelmen vorkommt, er findet sich z. B. an dem in Fig. 1410 dargestellten Turm zu Treysa und dem Eschenheimer Turm zu Frankfurt. Bei Verwitterung muss der Mörtel ersetzt werden, da sonst weichere Steine darunter um so stärker an den schadhafte Stellen angegriffen werden, darin liegt der Mangel des Putzes, der im Übrigen als Überzug stilistisch der Erscheinung des eigentlichen Materials nachsteht, aber nicht zu verwerfen ist, so lange er nicht ein fremdes Material heuchelt.

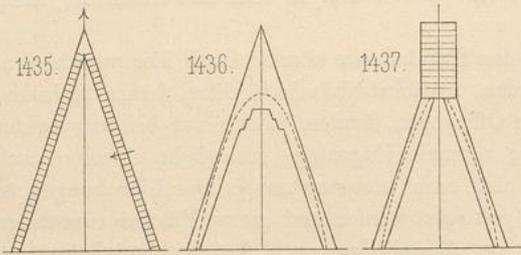
Zur Ausführung der Kanten sind schon durch den stumpfen Winkel eigens geformte Ziegel nötig, welche dann auch mit einen vortretenden Stab versehen sein können. Derselbe trägt aber zu der bei dünnen Helmwänden sehr wünschenswerten Verstärkung der Grate nur wenig bei, besser ist daher ein in Verband gemauerter Vorsprung, z. B. nach Fig. 1433. Fester Verband an den Graten und eine innere Verstärkung oder doch wenigstens innere Ausfüllung des Winkels ist sehr vorteilhaft. Zur reicheren Zier können den Rippen oder rippenlosen Kanten Krabben aus Ziegelstein oder besser aus Werkstücken (Fig. 1434) eingebunden sein.

## 6. Beanspruchung, erforderliche Wandstärke und Schub steinerner Dächer.

### Kegelhelme.

Würde man zwei dünne, in einem nicht zugfesten Mörtel aufgeführte Mauern nach Art der Figur 1435 gegeneinanderstützen, so würde das Mauerwerk unter Hoch-

hebung der oberen Teile nach innen zusammenstürzen. Haltbar könnte man sie nur dadurch machen, dass man den oberen Zwickel voll mauerte, so dass die Stützlínie darin Platz fände (Fig. 1436), oder dass man oben eine so grosse Last aufbrächte, dass sich unter deren Einfluss in jeder Wandhälfte eine entsprechend steile Stützlínie bilden könnte (Fig. 1437).

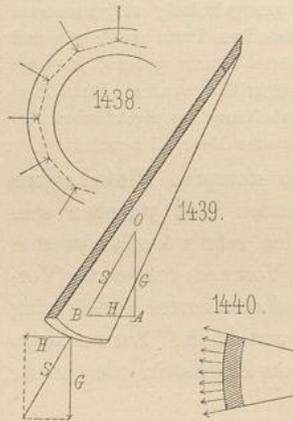


Anders verhält es sich bei einem kegelförmigen Dach, auch hier haben die Teile das Streben nach innen zusammenzufallen, sie verhindern sich aber selbst daran, indem sie sich ringförmig gegeneinander stützen (Fig. 1438). Die nach innen drängenden Massen bewirken eine ringförmige Druckspannung, die um

so stärker wird, je flacher der Kegel ist.

Man hat daher im Kegel zweierlei Mantelpressungen zu unterscheiden: 1. einen Ringdruck, der unten am stärksten ist und nach oben allmählich abnimmt, bis er in der Spitze zu Null wird, 2. einen schräg nach unten gerichteten Druck, der sich unter dem Einfluss der Schwere der Steine von Schicht zu Schicht überträgt und dabei auch allmählich von oben nach unten zunimmt; er möge Längsdruck heissen. Bei einem nur unter Einfluss der eigenen Schwere stehenden Kegel kann man mit hinlänglicher Genauigkeit annehmen, dass der Längsdruck allseits etwa in der Mitte der Manteldicke herabläuft, denn wenn er eine andere Richtung annehmen will, so tritt der Ringdruck als Ausgleich ein, ein Vorteil, den die Kegelgewölbe mit allen in der Ringrichtung gedrückten Kuppeln gemeinsam haben (s. S. 55).

Belastung des Widerlagers und Schub auf dasselbe.



Der Druck des Kegelhelmes auf die Mauern ergibt sich unter diesen Annahmen sehr einfach. Er ist eben der ringsherum in der Neigung des Kegelmantels heraustretende Längsdruck. Um ihn zu finden, schneidet man ein schmales Dreieck von der Spitze bis zur Basis aus dem Mantel heraus (Fig. 1439). Im Schwerpunkt denkt man sich das berechnete Gewicht  $G$  aufgetragen und vom oberen Punkt  $O$  desselben eine Linie  $S$  in der Neigung des Kegels, vom unteren Punkt  $A$  eine Horizontale  $H$  gezogen, dann ist der gesuchte Druck  $S$  der Richtung und Grösse nach gefunden. Ebenso einfach findet man ihn aus der Gleichung:

$$S = G : \sin \alpha$$

(darin ist  $\alpha$  der Neigungswinkel des Kegels, also  $\sin \alpha =$  Höhe dividiert durch Mantellänge).

Statt dieses schräg auf das Widerlager treffenden Druckes  $S$  ist es bequemer mit seinen Seitenkräften zu rechnen (siehe unteres Ende der Figur). Die senkrechte Seitenkraft belastet das Widerlager und ist ebenso gross wie das Gewicht  $G$  des betreffenden Kegelstückes, die horizontale Seitenkraft  $H$  bildet eine Schubkraft gegen das Widerlager, sie findet sich nach dem Parallelogramm der Kräfte (unten in der Zeichnung) oder noch einfacher aus dem erwähnten Kräftedreieck  $OAB$ , dessen Grund-

linie sie der Grösse nach darstellt. Statt sie zu zeichnen kann man sie sich berechnen aus der Gleichung:

$$H = G \cdot \text{ctg } \alpha \quad (\text{oder } H = G \cdot r : h).$$

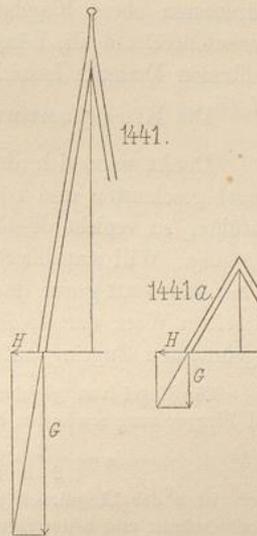
Der Schub  $H$  wirkt strahlenförmig am ganzen Umfang; setzt man in vorige Gleichung unter  $G$  das ganze Kegelgewicht ein, so bekommt man auch die Summe aller am Umfang wirkenden Schübe. Will man den Schub für ein kleineres Stück z. B.  $\frac{1}{12}$  des Umfanges haben, so dividiert man diesen Gesamtschub durch 12 oder setzt in obige Formel für  $G$  nur  $\frac{1}{12}$  des Kegelgewichtes ein. Auch bei solchen kleinen Stücken des Umfanges (Fig. 1440) wirken die Schubkräfte noch etwas divergent, so dass die Mittelkraft etwas kleiner wird als ihre Summe (im Verhältnis der Sehne zur Bogenlänge); die Abweichung ist aber nur gering, sie beträgt für  $\frac{1}{12}$  des Umfanges etwa  $1\frac{1}{2}\%$ , für  $\frac{1}{6}$  des Umfanges gegen  $5\%$ , für  $\frac{1}{4}$  desselben  $10\%$ , für  $\frac{1}{3}$  etwa  $17\frac{1}{2}\%$  und für die Hälfte  $36\frac{1}{2}\%$ . In diesem Verhältnis kann man also die berechneten Schübe ermässigen, wenn man entsprechend grosse Stücke der Wände als zuverlässig zusammenhängend erachten kann. Beim viereckigen Turm wird man in der Regel  $\frac{1}{4}$  des Umfanges (und zwar die Ecke) in Rechnung nehmen können, beim achteckigen Turm mit rundem Helm entsprechend ein Achtel, bei runden Wänden ein Wandstück zwischen grösseren Fensterdurchbrechungen oder auch einen laufenden Meter des Umfanges, wobei man allerdings reichlich sicher rechnet. Sonst ist die Berechnung der Widerlager genau so wie bei den Gewölben (s. S. 140).

Bei gleich schweren Helmen verschiedener Höhe stehen die Schübe etwa im umgekehrten Verhältnis zu den Höhen, verhält sich z. B. die Höhe zur unteren Breite wie  $4 : 1$ , so ist der Schub  $\frac{1}{8}$  des Gewichtes, beim Höhenverhältnis  $3 : 1$  ist der Schub  $\frac{1}{6}$  des Gewichtes, bei  $2 : 1$  ist er  $\frac{1}{4}$ , bei  $1 : 1$  aber  $\frac{1}{2}$  des Gewichtes und bei halber Höhe (Neigung von  $45^\circ$ ) ist der Schub gerade gleich dem Gewicht.

Schub bei  
verschie-  
dener Helm-  
höhe.

Anders wird das Verhältnis, wenn man nicht Helme gleicher Schwere, sondern gleicher Wanddicke vergleicht, wobei also die niedrigen Helme weniger wiegen als die hohen, so dass man fast genau den gleichen Schub erhält bei Helmen von der 6fachen, 4fachen oder 2fachen Höhe, erst wenn sie noch niedriger werden, wächst der Schub merklich (siehe die letzte Spalte der Tabelle auf S. 607).

Man könnte daraus schliessen, dass es der Materialersparnis wegen vorteilhafter wäre, flachere Helme zu wählen, dem ist aber nicht so, denn gerade das grössere Gewicht der hohen Helme, welches sich an der Innenkante, also an sehr günstiger Stelle auf die Widerlagswände setzt, verleiht diesen eine grössere Stabilität. Ein Vergleich der Widerlagskräfte in den Figuren 1441 und 1441a thut dieses am besten dar. Ausserdem sind hohe Helme leichter auszuführen, ganz zu schweigen von ihrer architektonisch vorteilhafteren Wirkung. —



Das hier über die Kegeldächer Gesagte gilt fast genau auch für den Schub der pyramidalen Helme (s. unten).

Den Schub des Kegels kann an Stelle der Standfähigkeit der Wände ein Zugring aufnehmen, in welchem eine Spannung:  $Z = \frac{q \cdot r^2}{2 \cdot \sin \alpha}$  oder  $Z = \frac{G \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi}$  herrscht. (G ist das Gesamtgewicht des Kegels, q das Gew. von 1 qm Mantelfläche,  $\alpha$  der Neigungswinkel und r der untere Halbmesser.)

Aufhebung  
des Schubes  
durch Zug-  
ringe.

Beispiel: Es soll die Grösse des Schubes und der Spannung in einem Zugring an dem Fusse eines 25 cm stark aus 1800 kg f. 1 cbm schwerem Ziegelgemäuer aufgeführten Kegelhelmes von 6 m innerem, also 6,5 m äusserem Durchmesser und einer  $3\frac{1}{2}$  fachen Höhe, also innen 21 m, aussen 22,75 m gesucht werden.

Das Gewicht findet sich durch Subtraktion der Inhalte des vollen Kegels und des Hohlraumes, beträgt also:  $G = \left( \frac{1}{4} \cdot 6,5^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3} \cdot 22,75 - \frac{1}{4} \cdot 6^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{3} \cdot 21 \right) 1800 = 97000$  kg. Der Gesamtschub ist:  $H = G \cdot \text{ctg } \alpha = 97000 \cdot \frac{1}{7} = \text{rd. } 14000$  kg. Da der Umfang etwa 20 m beträgt, kommt auf 1 lfd. m 700 kg Schub. Der Ringzug ist  $Z = \frac{G \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi} = \frac{14000}{2 \cdot 3,14} = \text{rd. } 2200$  kg. Das ist aber eine sehr geringe Zugkraft, die bereits ein Eisenring von 3 qm Querschnitt aufzunehmen vermag. Statt dessen würde man durch einen Kranz verschränkter oder verklammerter Steinplatten bez. Quader im unteren Stück des Helmes oder oberen Stück der Wand diesen winzigen Zug aufheben können, auch die einfache Verzahnung und Zugfestigkeit des Mauerwerks wird meist dazu ausreichen. Wenn das Mauerwerk eine Zugfestigkeit von nur  $\frac{1}{2}$  kg auf 1 qm hat, genügt  $\frac{1}{2}$  qm Querschnitt des Mauerringes, also einige Schichten einer etwa 2 oder 3 Stein dicken Umfassungswand, den ganzen Helmschub zu beseitigen. Da aber eine grössere Höhe der Wand mitwirken kann, so ist die Zugbeanspruchung fast verschwindend. Sobald also man mit einer gewissen, noch so kleinen Zugfestigkeit des Mauerwerks rechnet, was allerdings wegen etwaiger Vertikalrisse bei ungleichmässigen Setzen gewisse Bedenken hat, so kann von einer Schubwirkung steiler Turmhelme auf die Wände gar nicht die Rede sein.

Zur Berechnung der Längsspannung im Kegel an einer beliebigen Stelle, denkt man sich eine horizontale Ebene durch den Kegel gelegt und verwendet die bereits angeführte Formel:  $S = G : \sin \alpha$ , in welcher G das Gewicht des ganzen abgeschnittenen obern Kegelstückes oder eines Dreiecks desselben sein kann, während S dementsprechend die Längsspannung am ganzen Umkreis oder an der Basis des betreffenden Dreiecks bezeichnet.

Berechnung  
der Längs-  
und Ring-  
spannung.

Die Ringspannung ermittelt sich aus der Formel:  $U = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi}$ .

Denkt man sich durch zwei parallele, wagerechte Ebenen einen Ring aus dem Kegel geschnitten und berechnet man dessen Gewicht, das man als g in diese Formel einführt, so ergibt dieselbe die in dem herausgeschnittenen Ring auftretende Ringpressung. Will man die Summe aller von oben bis unten wirkenden Ringdrücke haben, so hat man statt g nur das ganze Kegelgewicht G einzuführen; man erhält dann genau denselben Wert, der als Zugspannung in einem zur Aufhebung des Schubes etwa unten angebrachten Zugring auftreten würde (s. oben).

Für Kegel von gleichmässigem Mantelgewicht (q für 1 qm Fläche) findet man die Längs- und Ringpressung sowie den Schub auch nach den Formeln:

$$s = \frac{q}{2 \cdot h} (r^2 + h^2) \quad u = \frac{q \cdot r^2}{h} \quad \text{und:} \quad b = \frac{q \cdot r}{2 \cdot \sin \alpha}$$

Darin ist s der Längsdruck auf 1 m Umfang, u der Ringdruck auf 1 m Länge des Mantels im Vertikalschnitt und b der Schub auf 1 lfd. Meter Umfang. r und h sind Halbmesser und Höhe des Kegels für die betreffende Stelle des Mantels. Zu bemerken ist, dass Kegel von gleicher Wanddicke nicht gleichbedeutend mit Kegeln gleichen Wandgewichtes sind, dass der Unterschied aber gering wird, wenn man alle Masse auf eine inmitten der Wanddicke liegende mathematische Kegelfläche bezieht. Die vorstehenden Formeln ermöglichen einen Vergleich zwischen der Längs- und Ringpressung, dieselben sind bei einem Kegel von  $45^\circ$  Neigung an jeder Stelle gleich gross und nehmen im übrigen proportional mit der Höhe zu. Bei flacheren Kegeln überwiegt die Ringpressung die Längspressung, bei steilern Kegeln dagegen ist die Ringpressung viel kleiner. Nachstehende Tabelle giebt das Verhältnis von Längs- und Ringpressung für verschiedene Neigungen.

## Spannungen in gemauerten Kegeldächern.

Verhältnis der Höhe zur unteren Breite $h : 2r$	Neigungswinkel $\alpha$	Längs- pressung auf 1 lfd. Meter Umfang. s	Ring- pressung auf 1 lfd. Meter Mantellänge. u	Verhältnis der Längs- zur Ring- pressung $\frac{s}{u}$	Schub auf 1 lfd. Meter Umfang
flache Dächer	1:8	$2\frac{1}{8} q \cdot r$	$4 q \cdot r$	$1 : 1\frac{15}{17}$	$2,062 q \cdot r$
	1:4	$1\frac{1}{4} q \cdot r$	$2 q \cdot r$	$1 : 1\frac{3}{5}$	$1,118 q \cdot r$
	1:2	$q \cdot r$	$q \cdot r$	$1 : 1$	$0,707 q \cdot r$
steile Helme	1:1	$1\frac{1}{4} q \cdot r$	$\frac{1}{2} q \cdot r$	$2\frac{1}{2} : 1$	$0,559 q \cdot r$
	2:1	$2\frac{1}{8} q \cdot r$	$\frac{1}{4} q \cdot r$	$8\frac{1}{2} : 1$	$0,515 q \cdot r$
	3:1	$3\frac{1}{2} q \cdot r$	$\frac{1}{6} q \cdot r$	$18\frac{1}{2} : 1$	$0,507 q \cdot r$
	4:1	$4\frac{1}{16} q \cdot r$	$\frac{1}{8} q \cdot r$	$32\frac{1}{2} : 1$	$0,504 q \cdot r$
	5:1	$5\frac{1}{20} q \cdot r$	$\frac{1}{10} q \cdot r$	$50\frac{1}{2} : 1$	$0,503 q \cdot r$

Beispiel: Ein grosser 12 m breiter ( $r = 6$  m) und 48 m hoher Turmhelm aus 2400 kg f. d. cbm schwerem Werkstein würde bei 40 cm Wanddicke ein Gewicht:  $q = 2400 \cdot 0,40 = 960$  kg für 1 qm Mantelfläche haben, also nach der Tabelle unten einen Längsdruck auf 1 m Umfang von  $4\frac{1}{16} \cdot 960 \cdot 6 = 23400$  kg ausüben. 1 qcm würde demzufolge mit  $23400 : 4000 = \text{rd } 6$  kg Druck beansprucht werden. In der Ringrichtung dagegen würde die Pressung gegen würde die Pressung unten nur:  $\frac{1}{8} \cdot 960 \cdot 6 = 720$  kg auf 1 steigenden Meter Mantel betragen, also der qcm  $720 : 4000 = 0,18$  kgr Druck erhalten. Dieselbe Beanspruchung nach beiden Richtungen würde sich auch für grössere oder geringere Wanddicken ergeben.

Da die Materialbeanspruchung unabhängig von der Wanddicke ist, würde man einen nur durch sein Eigengewicht belasteten Kegel beliebig dünn mauern können. Durch unvorhergesehene schiefe Belastungen, besonders aber durch den Winddruck, welcher die Spannungen wesentlich verschiebt (hauptsächlich in der Ringrichtung), werden gewisse Grenzen gezogen. Die Ringspannung behält unter dem Einfluss des Windes nicht mehr den genau kreisförmigen Verlauf, sondern wird an der Windseite und dieser gegenüber gegen die Aussenfläche, an den dazwischenliegenden Punkten mehr gegen die Innenfläche verschoben, wodurch sowohl grosser Kantendruck wie Zugbeanspruchungen entstehen können und zwar am leichtesten bei Helmen mit sehr kleinem Ringdruck (schlanke Helme und kuppelartig gebogene Helme sind daher dem Winddruck gegenüber etwas im Nachteil). Sobald das Mauerwerk durch Mörtelfestigkeit oder Verzahnung nur etwas zugsicher ist, tritt eine Gefährdung durch Wind fast ganz zurück. Im allgemeinen kann man annehmen, dass eine Wanddicke von  $\frac{1}{24} - \frac{1}{30}$  der Weite bei leichtem Material und von  $\frac{1}{30} - \frac{1}{36}$  der Weite bei schwerem und festem Material ausreicht, dass man aber bei besonders guter Ausführung noch weit darüber hinausgehen kann, besonders wenn man in gewissen Höhenabständen nach innen vortretende Verstärkungsringe einmauert.

Die Wanddicke kann gleichmässig bis zur Spitze geführt werden oder nach oben abnehmen. Ziegeltürme kann man bis zu 3 oder 4 m unterem Durchmesser  $\frac{1}{2}$  Stein dick, bis 7 m Durchmesser 1 St. dick machen. Wenn man den Helm unten 1 Stein stark machen muss, so empfiehlt es sich meist, diese Stärke bis zur Spitze fortzuführen, da die geringere Dicke im oberen Stück das Gewicht wenig verringert, dafür aber eine sorgfältigere Ausführung bedingt. Bei etwas grösseren Weiten kann man den Übergang zu  $1\frac{1}{2}$  Stein Dicke durch innere Ring- und Rippenvorlagen umgehen. Die auf mittelalterlichen Mauertürmen nicht seltenen Kegelhelme haben meist 1 Stein Stärke.

Die Gefahr des Umsturzes steinerner Helme durch Wind ist nicht gross; sie tritt bei 200 kg Winddruck auf 1 qm vollen Querschnitt für  $\frac{1}{2}$  Stein dicke Ziegeltürme oder entsprechend schwere Werksteintürme bei 5–6 facher Höhe ein, für

Erforderliche Wandstärke.

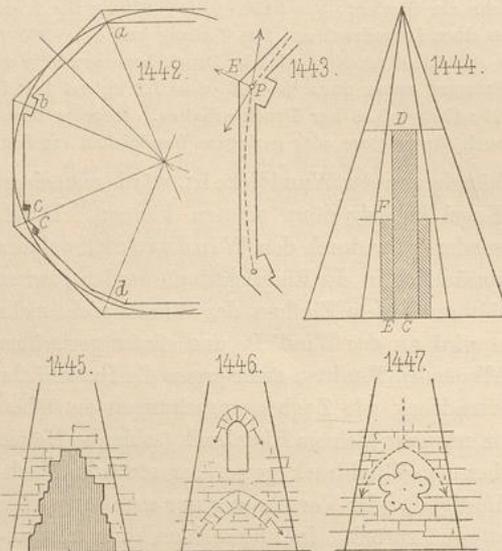
Umsturz durch Wind.

Helme von 1 Stein Stärke kommt die Umsturzgefahr nicht mehr in Betracht. Über Kernlage des Druckes und die Kantenpressung bei Wind siehe weiter unten (S. 627).

### Pyramidale Steinhelme.

Die Standfähigkeit des Helmes ist am besten gewährleistet, wenn man seine Wanddicke so gross nimmt, dass man in den Grundriss einen Kreis einzeichnen kann, wodurch dieselbe ringförmige Druckübertragung wie beim Kegel ermöglicht wird. Es ist hierzu beim Achteck eine Wanddicke von mindestens  $\frac{1}{24}$  der lichten Weite erforderlich, besser aber ist  $\frac{1}{20}$  zu nehmen, damit der Kreis etwas von den Kanten entfernt bleibt. Am leichtesten tritt der Kreis in den Winkeln  $a$  (Fig. 1442) nach innen heraus, es ist daher eine auch aus anderen Gründen günstige innere Eckverstärkung  $b, c$  oder  $d$  sehr vorteilhaft, sie ermöglicht noch eine ringförmige Druckübertragung bei Wänden von  $\frac{1}{24}$  oder selbst  $\frac{1}{30}$  der Lichtweite.

Kreisförmige Ver-  
spannung.



Ver-  
spannung  
nach oben  
und unten.

Sind die Wände so dünn, dass sich kein Kreis mehr einzeichnen lässt, so ist die Haltbarkeit damit noch nicht ausgeschlossen, denn es können sich in den Seiten flachbogige Stützlinien ausbilden (Figur 1443), die an den Ecken in einem Punkte  $P$  zusammenschneiden und hier eine nach aussen gerichtete Mittelkraft  $E$  erzeugen. Indem also das Mauerwerk der Seiten durch seine Schwere nach innen drängt, sucht es die Helmkanten nach aussen zu drücken. Letzteres kann ausgeglichen werden durch genügende Schwere  $Q$  der Grate oder Rippen, die mit einer Kraft:  $Q \cdot \text{ctg } \alpha$  nach innen drängen (s. etwas weiter unten bei Winddruck). Wenn das Gewicht der Grate mit Einschluss der damit zusammenhängenden beiderseitigen Mauerstreifen zu diesem Gegendruck nicht ausreicht, so bleibt schliesslich noch die Möglichkeit, dass sich in Figur 1444 das schraffierte Wandstück  $CD$  dadurch vor dem Einsturz bewahrt, dass es sich gleich einem schräg ansteigenden scheinrechten Bogen einspannt, der im Fusspunkt  $C$  und oberen Anfallpunkt  $D$  natürlich je einen grossen Enddruck (Widerlagsdruck) hervorruft. Es ist deshalb Bedingung, dass der obere Teil des Helmes auf eine grössere Höhe herab als fest zusammenhängender lastender Körper betrachtet werden kann. Weiter unten können die kürzeren Streifen  $EF$  (Fig. 1444) sich wieder in ähnlicher Weise verspannen.

Da die verschiedenen Möglichkeiten der Verspannung sich gegenseitig ergänzen, erscheint auch der achtseitige Helm als eine statisch günstige Form, so dass er in nahezu so geringen Wanddicken wie der Kegel ausgeführt werden kann. Selbst Wandstärken unter  $\frac{1}{24}$  der Weite oder bei Eckverstärkungen unter  $\frac{1}{30}$  können sich, vom Winddruck abgesehen, noch gut bewähren, besonders wenn eine ganz geringe Zugfestigkeit des Mauerwerks mit in Frage kommen darf.

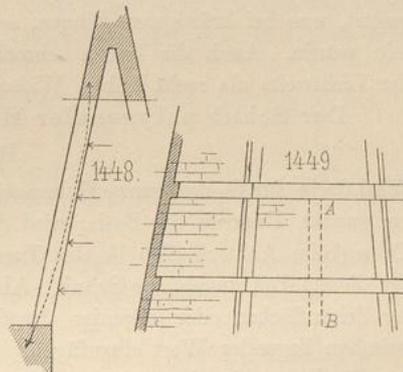
Am leichtesten könnte noch eine Schädigung durch ein Setzen des Mauerwerks unter den Mitten der Seiten und als Folge davon ein Herabrücken des schraffierten Teiles in Fig. 1445 eintreten, der dadurch seinen Zusammenhang mit den anderen Helmteilen verlieren und bei mangelnder Ringspannung nach innen hineinstürzen könnte, ohne dass deshalb der übrige Helm gefährdet würde. Aber auch dieses würde nur bei grösseren Verdrückungen möglich sein und durch gute Verzahnung verhindert werden.

Der Winddruck sucht die Seiten nach innen einzudrücken, es wird sich ihm deshalb wie oben eine Stützlinie entgegensetzen (Fig. 1443), und diese wird wieder an den Graten eine nach aussen gekehrte Kraft  $E$  erzeugen, welche durch die Gratlast aufgehoben werden muss. Das Eigengewicht der Grate ist, selbst bei Verstärkung aussen und innen, dazu allein meist zu winzig, so dass es erwünscht ist, ihnen die Last der Wandflächen noch zuzutragen durch Bögen mit oder ohne Öffnungen darunter (Fig. 1446), die aber der Schubwirkung wegen nicht flach sein dürfen. Den gleichen Zweck können verschiedenartig geformte Durchbrechungen (Fig. 1447) erfüllen, die gleichzeitig die Angriffsfläche des Winddruckes vermindern. Die Durchbrechungen sind also statisch durchaus nicht ohne Bedeutung.

Gerade bei den schlanken Helmen, welche nur eine kleine Ringpressung haben, ist in den unteren Teilen das Eindringen der Wandflächen durch Wind am leichtesten möglich. Um dann den nach aussen drängenden Kräften  $E$  (Fig. 1443) zu widerstehen, genügt oft das Gewicht der Grate auch bei Hinzurechnung des Eigengewichtes der Wände noch nicht, so dass ihnen eine grössere Steifigkeit gegen Ausbauchen durch Vorsprünge der Rippen nach aussen und innen zu geben ist, damit sich im Diagonalschnitt eine Stützlinie nach Art der Fig. 1448 ausbilden kann. Diese Stützlinie kann den Schub des Helmes unten ein wenig steigern (was den Widerlagern nicht schadet, da dieses nur an der Windseite eintritt), ausserdem verlangt die Stützlinie, dass die oberen Teile des Helmes als eine festzusammenhängende lastende Masse wirken, eine Abnahme der Wanddicke nach oben ist daher nicht günstig.

Bei gar zu dünnen Wänden genügt auch dieses nicht, denn die Beanspruchung durch Wind steht fast im umgekehrten quadratischen Verhältnis zu der Wanddicke, es giebt dann nur noch zwei Hilfsmittel: die Biegebeanspruchung der Wand oder das Vormauern von Verstärkungsringen und Zwischenrippen.

Die Biegebeanspruchung setzt das Vorhandensein einer gewissen Zugfestigkeit des Mauerwerks voraus. Mit einer solchen zu rechnen ist in diesem Falle, bei sorgfältig ausgeführtem Mauerwerk ohne Risse oder starke Verdrückungen, in mässigen Grenzen wohl angängig, denn der Zug tritt in horizontaler Richtung auf, wo ihm ausser der Mörtelfestigkeit die Reibung der verzahnten und belasteten Steine entgegensteht, während bei Zug in vertikalem Sinne lediglich der Mörtel in den Lagerfugen in Frage kommt. Will man aber erreichen, dass die Zugbeanspruchung gar nicht oder doch nur beim stärksten Sturm zu Hülfe gezogen zu werden braucht, so ist bei dünnen Wänden als äusserst wirksames Versteifungsmittel die Verwendung steinerner, am einfachsten nach innen vortretender Druckringe zu empfehlen (Fig.



Eindrücken  
der Wände  
durch Wind.

Belastung  
und Steifig-  
keit der  
Grate.

Biege-  
festigkeit  
der Wände.

Versteifungsringe. 1449). Denselben giebt man einen Höhenabstand gleich der acht- bis zwölffachen Wanddicke, eine Stärke in der Höhenrichtung von 20—50 cm und eine horizontale Breite von  $\frac{1}{15}$ — $\frac{1}{18}$  der Turmweite an der betreffenden Stelle, wenn der Ring innen rund ist; aber  $\frac{1}{12}$ — $\frac{1}{15}$ , wenn er innen achteckig bleibt. (In diese Breite ist die Dicke der Wand mit einbegriffen.) Die dünne Wand verspannt sich unter Wirkung des Windes und auch ihrer Eigenlast nach oben und unten zwischen den Ringen, wie ein ansteigender scheinbarer Bogen. Bei sehr grossen Helmen kann es überdies geboten sein, ausser den Gratrippen auf jeder Seitenfläche ein oder zwei herablaufende mittlere Versteifungsrippen anzuordnen (Fig. 1449), denen man eine gleiche oder auch etwas geringere Stärke als den Ringen giebt.

Stärke der Wände. Hat man durch Rippen und Ringe solcher Art die Helmwände in Felder zerlegt, deren Grösse höchstens die 8 oder 12fache Wanddicke beträgt, so kann man letztere auf  $\frac{1}{24}$  ja selbst bis auf  $\frac{1}{36}$  der Turmweite einschränken, während man sie sonst nicht unter  $\frac{1}{16}$ — $\frac{1}{20}$  der Weite machen sollte, zumal wenn auch die Gratkanten ohne Rippen bleiben.

Von alten Beispielen seien angeführt: der undurchbrochene Helm von der Liebfrauenkirche zu Worms (Fig. 1411 und 1411a), dessen Wände  $\frac{1}{19}$  der Weite betragen (Widerlagswände darunter aus Bruchstein, mässig durchbrochen  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$  der Weite) und der durchbrochene Freiburger Turmhelm (Fig. 1406, 1428), dessen Wände mit 43 cm bei etwa 11 m Weite als reichlich kühn bezeichnet werden müssen, da die Grate nur wenig, die Ringe bez. Kränze zwischen den Masswerken aber gar nicht vortreten. Bei heftigem Wind ist der Freiburger Helm starken Beanspruchungen ausgesetzt, was bei kräftigeren Ringen, selbst mit noch dünneren Wänden, nicht der Fall sein würde. Auch die hohen schmalen Pfeiler der Glockenstube sind bei kaum  $\frac{1}{6}$  der Lichtweite als recht kühne Widerlager zu bezeichnen.

Der Schub polygonaler Helme berechnet sich wieder nach der Formel:

$$H = G \cdot \text{ctg } \alpha.$$

Berechnung des Schubes. Wird darin für G das ganze Helmgewicht gesetzt, so liefert H entsprechend den Schub am ganzen Umkreis der Basis; wird dagegen als G das Gewicht einer Seite bez. einer Ecke (beim Achteck also  $\frac{1}{8}$  des Turmgewichtes) eingeführt, so ergibt sich auch nur der diesem Teil zugehörige Schub. Als Winkel  $\alpha$  ist je nach Umständen die Neigung der Seitenflächen oder diejenige der Gratkante, welche etwas flacher ist, oder ein dazwischen liegender Wert einzufügen. Wenn die Last des Helmes sich vorwiegend an den Gratkanten nach unten fortpflanzt, so muss auch der Winkel  $\alpha$  etwa der Neigung der Gratkanten entsprechen; da dieses der ungünstigere Fall für die Grösse des Schubes ist, so thut man gut, zur Sicherheit mit ihm zu rechnen. Wenn man ausserdem die etwas zu ungünstige Annahme macht, dass die auf ein Turmachten entfallenden Schubkräfte mit ihrem vollen Betrage in der Richtung der Diagonale wirken, so hat man Annahmen zu Grunde gelegt, bei denen die Widerlagspfeiler nicht zu schwach ausfallen.

Natürlich müssen die Widerlagspfeiler bez. Turmwände so stark sein, dass sie ausserdem noch dem gegen sie und den Helm treffenden Winddruck widerstehen können. Wenn die Eckpfeiler des Turmes in gewissen Höhenabständen durch Mauerwerk mit einander verbunden sind, so braucht man nicht die Stabilität der Einzelpfeiler zu untersuchen, sondern die ihres Gesamtkörpers (also des ganzen hohlen Turmprismas), dessen Stabilität gegen Wind bedeutend grösser ist (s. S. 626). Sonst vollzieht sich die Berechnung der Widerlager ebenso wie bei den Gewölben.

Die in den Mantelflächen und Rippen herablaufende Längspressung berechnet sich nach der Formel:

$$S = G : \sin \alpha.$$

Betreffs der Werte  $G$  und  $\alpha$  gilt dasselbe, was soeben bezüglich des Schubes gesagt ist. Ob die sich stetig nach unten steigernde Längspressung mehr in den Seiten oder den Graten fortgepflanzt wird, hängt wie gezeigt von der Ausbildung des Helmes ab. (s. S. 609 oben).

Die Ringpressung überträgt sich, wenn das Helmgewicht (bez. die Längspressung) sich ziemlich gleichmässig auf den Umfang verteilt, etwa in der Gestalt des Kreises, wird das Gewicht dagegen ausschliesslich in den Graten herabgetragen, wie bei manchen durchbrochenen Helmen, so bildet sich ein Druckpolygon, dessen Ecken in den Graten liegen. Bei zwischenliegenden Fällen entsteht ein Polygon mit etwas nach aussen gekrümmten Seiten.

Im ersten Fall beim Druckkreis ist die Pressung:

$$1) \quad U = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{2 \cdot \pi} = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{6,283}$$

beim Druckpolygon ist sie

$$2) \quad U = \frac{g}{n} \cdot \frac{\text{ctg } \alpha}{2 \cdot \sin \beta}.$$

Darin ist  $g$  das Gewicht des aus dem Helm herausgeschnittenen Ringes,  $\alpha$  ist wieder der Neigungswinkel, der im ersten Fall zwischen dem der Seite und des Grates liegt, im zweiten Falle dem Grat zu entnehmen ist,  $n$  ist die Seitenzahl des Polygons, also beim Achteck gleich 8,  $\beta$  ist der halbe Centriwinkel einer Polygonseite, beim Achteck also  $22\frac{1}{2}^\circ$ , folglich  $\sin \beta = 0,3827$ . Die Formel 2) wird also beim achteckigen Helm:

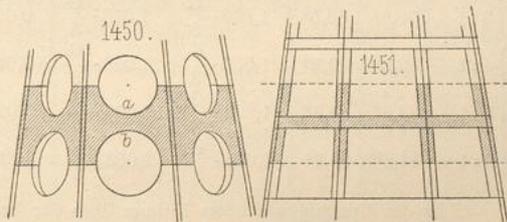
$$2a) \quad U = \frac{g}{8} \cdot \frac{\text{ctg } \alpha}{2 \cdot 0,3827} = \frac{g \cdot \text{ctg } \alpha}{6,123}$$

Setzt man in die Formel 1) für  $\alpha$  den Neigungswinkel  $\alpha_0$  der Seite und in Formel 2a) die Neigung  $\alpha_1$  des Grates, so erhält man den unteren und oberen Grenzwert für den Ringdruck im achteckigen Helm (s. u. die Tabelle).

Beim vollwandigen Helm überträgt sich der Druck  $U$  auf die ganze Höhe des betr. Ringes, den man in der Rechnung z. Beisp. 1 m hoch annehmen kann.

Bei durchbrochenen Helmen richtet man die Höhe des in Betracht zu ziehenden Ringes nach der Art der Öffnungen, siehe die schraffierte Fläche in Figur 1450. Da wo sich die Ringbreite verengt, wie bei  $a, b$ , wird sich auch der Ringdruck  $U$  durch diesen kleinen Querschnitt übertragen müssen. Ähnlich verhält es sich mit einem ganz in Gratrippen und Spreizen aufgelösten Helm Fig. 1451. Für denselben findet man nach Formel 2 den Ringdruck, welchen die Spreizen in ihrer Längsrichtung erhalten, indem man das Gewicht  $g$  für ein horizontales Helmstück von Mitte zu Mitte der Felderreihen einsetzt.

Ein solcher Helm ist ein vollendet durchgebildetes räumliches Fachwerk aus nur gedrückten Stäben. Der Ringdruck oder richtiger Polygondruck wird durch den Kranz der Spreizen aufgenommen



Spannungen in durchbrochenen Helmen.

und der Längsdruck durch die Gratrippen, auf welche auch die Spreizen mit ihren Enden ihr eigenes Gewicht und das der etwa darauf ruhenden Füllplatten übertragen. Um die Grösse des Längsdruckes zu berechnen, hat man demnach in der Formel:  $S = G : \sin \alpha$  für  $G$  das darüber lastende Gewicht eines Helmchutels und für  $\alpha$  den Neigungswinkel des Grates einzusetzen. Unter gleichen Annahmen findet man aus:  $H = G \cdot \text{ctg } \alpha$  den an jeder Ecke wirkenden Horizontalschub auf die Turmwand.

Am besten besteht die Spreize aus einem langen Stein, der Biegefestigkeit genug hat, um nicht zu zerbrechen. Muss sie aber aus mehreren Stücken zusammengesetzt werden, so kann sie leicht gleich einem scheidrechten Bogen einen Schub auf die Gratrippen tragen, der diese nach aussen zu bauschen sucht. Es ist dann zu empfehlen, das Masswerk der Füllungen so einzurichten, dass es die Mitten der Spreizen stützt. Bei sehr breiten Feldern können ev. selbst Zwischenrippen zu diesem Zweck hinaufgeführt werden. Das Masswerk in den Feldern dient genau in derselben Weise zur Windverstrebung, wie die Andreaskreuze der Holzhelme, denen diese durchbrochenen Steinhelme überhaupt sehr nahe stehen (s. unten).

Vergleich d. polygonaler Helme zu geben, ist die nachstehende Tabelle aufgestellt; die ersten flachen Spannungen u. Schübe verschieden höher Helme. Dächer, welche kaum zur Ausführung gelangen, sind mehr des Vergleiches wegen beigefügt. Im allgemeinen weichen die Spannungen wenig von denen gleich hoher Kegeldächer ab.

*Spannungen in achtseitigen Steinpyramiden.*

Verhältnis der Höhe zur unteren Breite $h : 2r$	Neigungswinkel		Längspressung auf $\frac{1}{8}$ des Umfangs		Ringpressung in einem Ring vom Gewichte $g$		Schub auf eine		
	am Grat	an der Seite	S max =	S min =	U max =	U min =	H max =	H min =	
	$\alpha_1$	$\alpha_0$	$\frac{G}{8 \cdot \sin \alpha_1}$	$\frac{G}{8 \cdot \sin \alpha_0}$	$\frac{g \cdot \text{ctg } \alpha_1}{6,123}$	$\frac{g \cdot \text{ctg } \alpha_0}{6,283}$	$\frac{G}{8} \cdot \text{ctg } \alpha_1$	$\frac{G}{8} \cdot \text{ctg } \alpha_0$	
flache Dächer	1 : 8	13,0°	14,0°	4,45 · $\frac{G}{8}$	4,13 · $\frac{G}{8}$	0,707 · $g$	0,653 · $g$	4,33 · $\frac{G}{8}$	4 · $\frac{G}{8}$
	1 : 4	24,8°	26,6°	2,39 · $\frac{G}{8}$	2,24 · $\frac{G}{8}$	0,354 · $g$	0,327 · $g$	2,17 · $\frac{G}{8}$	2 · $\frac{G}{8}$
	1 : 2	42,7°	45,0°	1,47 · $\frac{G}{8}$	1,41 · $\frac{G}{8}$	0,178 · $g$	0,164 · $g$	1,08 · $\frac{G}{8}$	1 · $\frac{G}{8}$
Helme	1 : 1	61,5°	63,4°	1,14 · $\frac{G}{8}$	1,12 · $\frac{G}{8}$	0,089 · $g$	0,082 · $g$	0,54 · $\frac{G}{8}$	0,5 · $\frac{G}{8}$
	2 : 1	74,8°	76,0°	1,04 · $\frac{G}{8}$	1,03 · $\frac{G}{8}$	0,044 · $g$	0,041 · $g$	0,27 · $\frac{G}{8}$	0,25 · $\frac{G}{8}$
	3 : 1	79,8°	80,5°	1,016 · $\frac{G}{8}$	1,013 · $\frac{G}{8}$	0,029 · $g$	0,027 · $g$	0,180 · $\frac{G}{8}$	0,167 · $\frac{G}{8}$
	4 : 1	82,3°	82,9°	1,009 · $\frac{G}{8}$	1,008 · $\frac{G}{8}$	0,022 · $g$	0,020 · $g$	0,135 · $\frac{G}{8}$	0,125 · $\frac{G}{8}$
	5 : 1	83,8°	84,3°	1,006 · $\frac{G}{8}$	1,005 · $\frac{G}{8}$	0,018 · $g$	0,016 · $g$	0,108 · $\frac{G}{8}$	0,100 · $\frac{G}{8}$
	6 : 1	84,8°	85,2°	1,004 · $\frac{G}{8}$	1,003 · $\frac{G}{8}$	0,015 · $g$	0,014 · $g$	0,090 · $\frac{G}{8}$	2,083 · $\frac{G}{8}$

$G$  ist das Gesamtgewicht des Helmes über der betreffenden Stelle.

Beispiel: Ein in Ziegelstein 25 cm dick gemauerter, achtseitiger Helm von 6 m innerer und rd 6,5 m äusserer Breite  $B$  habe eine 4 fache Höhe, also aussen 26 m, innen 24 m. 1 cbm Ziegelmauerwerk wiege 1800 kg, es soll die Grösse der Spannungen und des Schubes berechnet werden.

Der Inhalt einer vollen achtseitigen Pyramide ist  $0,829 \cdot B^2 \cdot \frac{h}{3}$ , die vorliegende hohle Pyramide hat demnach als Differenz zweier voller den Inhalt:  $0,829 \left( 6,5^2 \cdot \frac{26}{3} - 6,0^2 \cdot \frac{24}{3} \right) = \text{rd } 65 \text{ cbm}$ , sie wiegt also  $65 \cdot 1800 = 117000 \text{ kg} = G$ , folglich wiegt  $\frac{1}{8}$  derselben 14625 kg. Die Längspressung

beträgt nach obiger Tabelle höchstens  $1,009 \cdot \frac{G}{8}$ , also hier 14757 oder mindestens  $1,008 \cdot \frac{G}{8} = 14720$  kg.

Dieselbe verteilt sich auf  $\frac{1}{8}$  der Basis, also eine Fläche von  $\frac{1}{8} \cdot 0,829 (6,5^2 - 6,0^2) = 0,647$  qm oder 6470 qcm und ergibt bei gleichmässiger Verteilung  $14730 : 6470 = \text{rd } 2,3$  kg Druck auf 1 qcm, bei Durchbrechungen oder ungleicher Verteilung entsprechend mehr. (Strenggenommen hätte nicht die Grundrissfläche, sondern eine Schnittfläche etwa senkrecht zum Grat in Rechnung gebracht werden müssen, was aber bei „steilen“ Helmen keinen merklichen Unterschied giebt.)

Um die grösste Ringpressung zu finden, wird über dem Widerlager ein Ring von 1 m Höhe betrachtet, dessen Inhalt als Differenz der ganzen hohlen Pyramide und der um 1 m verkürzten, sich zu rd 5,0 cbm berechnet, der also 9000 kg wiegt. Die Ringpressung liegt nach der Tabelle zwischen  $0,020 \cdot 9000 = 180$  kg und  $0,022 \cdot 9000 = 198$  kg. Der Querschnitt des Ringes beträgt rd  $\frac{1}{4}$  qm oder 2500 qcm, es kommt also auf 1 qcm der äusserst geringe Druck von 0,072 bis 0,079, also noch nicht  $\frac{1}{10}$  kg. Der Ringdruck auf die ganze Kegelhöhe beläuft sich höchstens auf  $117000 \cdot 0,022 = 2574$  kg, ebenso gross würde der Zug in einem unten umgelegten Ring zur Aufhebung des Schubes sein.

Der Schub berechnet sich für jede Ecke höchstens zu  $0,135 \cdot 14625 = 1974$  kg, mutmasslich wird er etwas unter 1900 kg bleiben, die Widerlager müssen hinreichen, ihn aufzunehmen (vgl. oben Kegelhelme und Gewölbe).

### Sechsseitige und vierseitige Helme.

Die Angaben und Formeln über achtseitige Helme gelten in ähnlicher Weise für Helme anderer Polygonzahlen.

Das Sechseck und Fünfeck kommt nicht oft vor (zu Pressburg bieten zwei Klosterkirchen für jedes ein Beispiel), dagegen sind vierseitige Helme in der Frühzeit nicht selten. Je geringer die Seitenzahl wird, um so mehr häufen sich die Schwierigkeiten, da die wichtige ringförmige Verspannung unvollkommener wird. Besonders ungünstig erweist sich der Winddruck gegen die grossen Flächen. Die erwähnten Auskunftsmitel, als Versteifungsringe, Verstärkung der Grate und Mittelrippen, letztere event. bis oben hinaufreichend und selbst bogenförmig gebildet, können dazu dienen, die sonst recht kräftig zu bemessenden Wandstärken einzuschränken.

### Helme mit gebogenen Seiten, Kuppeln.

Polygonale oder runde Steinbedeckungen, die statt der geraden, eingebogene Aufrisslinien zeigen (Fig. 1452 links), haben grösseren Ringdruck aber auch grösseren Schub (vergl. die Kräfte I und II der Figur 1452); bei einem nach aussen gekrümmten Umriss verringert sich umgekehrt der Ringdruck, der selbst in Ringzug übergehen kann, dementsprechend ist aber auch der Schub auf die Widerlager geringer (vgl. d. Kräfte III und I in Figur 1452). Der eingebogene Helm hat wegen des grösseren Ringdruckes mehr Widerstandsfähigkeit gegen unsymmetrische Belastungen, der bauchige Helm dagegen übt einen kleineren Schub auf die Widerlager aus. Es hängt also von obwaltenden Umständen ab, welcher von beiden in einem gegebenen Falle den Vorzug verdient.

Selbst geschweifte Helme sind ausführbar (Fig. 1453 und 1454). Die Richtung des Widerlagsdrucks stimmt auch hier wieder etwa mit der unteren Tangente überein, somit wird der Schub bei 1453 grösser sein als bei 1454. Die Ringspannung in den einzelnen Höhen hängt vom Verlauf der Krümmung ab; es ist sehr wohl möglich Helme nach Art der Figur 1453 und 1454 zu mauern, ohne dass in irgend einer Höhe Ringzug entsteht, es darf die Umrisslinie nur keine zu starke Krümmung nach aussen zeigen und sich nirgend zu sehr der Senkrechten nähern. Formen wie Figur 1455 werden dagegen auf die beträchtliche Strecke *ab* Ringzug erhalten, da man diesen aber bei

Ausführbarkeit der verschiedenen Querschnitte.