



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 36. Die Wagen.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76868](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76868)

§ 36. Die Wagen.

Die Wagen beruhen auf dem Gesetze des Hebels. Sie dienen für Ermittlung des Gewichtes von Körpern.

a) Die **gleicharmige Wage**. Sie besteht aus einem gleicharmigen Hebel, an dessen Endpunkten die Wagschalen aufgehängt sind, Fig. 115.

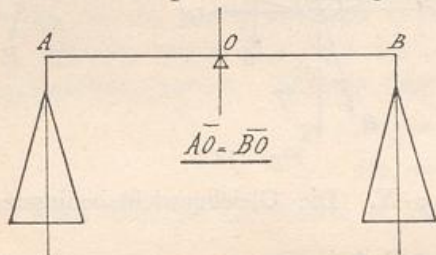


Fig. 115.

Die Anforderungen, welche an eine gute Wage gestellt werden, sind:

a) Sie muß **richtig** sein, d. h. bei gleicher Belastung der gleich schweren Wagschalen muß der Waghebel horizontal liegen. Das ist nur der Fall, wenn derselbe symmetrisch ausgeführt ist. Der Drehpunkt des Wagbalkens muß mit den Aufhängepunkten der Schalen theoretisch in einer Geraden liegen.

β) Die Wage muß sich in **sicherem Gleichgewichte** befinden. Dies trifft zu, wenn ihr Schwerpunkt vertikal unter dem Aufhängepunkt des Wagbalkens liegt.

γ) Die Wage muß **empfindlich** sein, d. h. bei jeder beliebigen Belastung derselben muß ein in eine Wagschale gelegtes, kleines Übergewicht einen Ausschlag der letzteren hervorrufen.

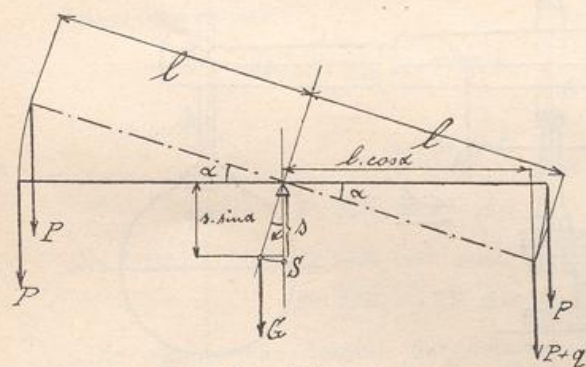


Fig. 116.

„Empfindlichkeit ist nun das Verhältnis aus dem den Ausschlag hervorrufenden, kleinen Übergewicht und der Belastung der Wage.“

In Fig. 116 sei das Übergewicht q . Dann stellt sich die Achse des Wagbalkens gegen ihre ursprüngliche Lage unter dem Winkel α ein. Es ist somit

$$\begin{aligned} (P + q)l \cos \alpha &= G \cdot s \sin \alpha + P \cdot l \cos \alpha \\ q l \cos \alpha &= G \cdot s \cdot \sin \alpha \\ \left. \begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{q l}{G \cdot s} \\ \text{und } q &= \frac{G \cdot s \cdot \text{tg } \alpha}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (101) \end{aligned}$$

Der Ausschlagwinkel α wird um so größer, d. h. die Wage um so empfindlicher, je geringer das Gewicht der Wage und je größer der Arm des Wagbalkens ist, ferner je weniger tief der Schwerpunkt sich unter dem Aufhängepunkt befindet:

Um den ersten beiden Bedingungen zu genügen, wird der Wagebalken durchbrochen ausgeführt.

Es seien $G = 2 \text{ kg}$, $s = 1 \text{ mm}$, $\alpha = 1^\circ$ ($\text{tg } \alpha \sim 0,02$) und $l = 500 \text{ mm}$,
 ferner $P = 10 \text{ kg}$.

Dann wird $q = \frac{2000 \cdot 1 \cdot 0,02}{500} \text{ Gramm} = 0,08 \text{ Gramm}$.

Demnach wird die Empfindlichkeit der Wage

$$E = \frac{0,08}{10000} = \frac{8}{1000000}$$

$$E \sim \frac{1}{125000}$$

Um mit einer unrichtigen Wage doch richtig wägen zu können, bedient man sich entweder der Methode von **Borda** oder derjenigen von **Gauß**.

Methode von Borda. Man lege den Körper auf die eine Wagschale und stelle durch Auflegen von Tara auf die andere Gleichgewicht her. Dann ersetze man den Körper durch Gewichte. Letztere ergeben dann seine Schwere.

Methode von Gauß. Der Körper wird zuerst in die linke Wagschale, Fig. 117, gelegt und durch in die rechte gelegte Gewichte von der Größe P_1 gewogen.

$$K \cdot a = P_1 \cdot b$$

Dann ist
 Hierauf wird der Körper in die rechte Wagschale gelegt und werden links Gewichte aufgelegt, bis die Wage ins Gleichgewicht gelangt. Dann wird

$$K \cdot b = P_2 \cdot a$$

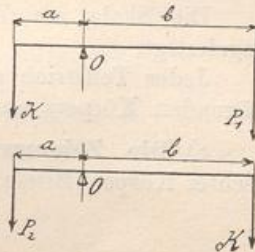


Fig. 117.

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen ergibt sich

$$K^2 \cdot ab = P_1 \cdot P_2 \cdot ab \text{ oder}$$

$$K = \sqrt{P_1 \cdot P_2} \dots \dots \dots (102a)$$

Da $\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)^2 = \frac{P_1^2 + 2P_1P_2 + P_2^2}{4}$ und

$\left(\frac{P_1 - P_2}{2}\right)^2 = \frac{P_1^2 - 2P_1P_2 + P_2^2}{4}$ ist, folgt

$$\sqrt{\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{P_1 - P_2}{2}\right)^2} = \sqrt{P_1 \cdot P_2} = K$$

Wegen der Kleinheit von $\left(\frac{P_1 - P_2}{2}\right)^2$, kann annähernd geschrieben werden

$$K \sim \frac{P_1 + P_2}{2} \dots \dots \dots (102b)$$

„Das richtige Körpergewicht ist annähernd das arithmetische Mittel aus beiden Wägegewichten.“

b) Die Schnellwage. Fig. 118. Sie besteht aus einem ungleicharmigen Hebel, an dessen längerem Arm ein verschiebbares Gewicht und an dessen anderem Arm eine Wagschale angebracht ist. Ist Q' das Ge-

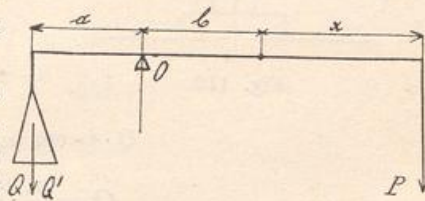


Fig. 118.

wicht der letzteren und P die Größe des verschiebbaren Gewichtes, so ist bei leerer Wagschale der Hebel horizontal, wenn

$$Q' \cdot a = P \cdot b$$

ist. Daraus kann b bestimmt werden. Der Anfangspunkt der Teilung liegt somit fest. Wird nun in die Wagschale das Gewicht Q gelegt, so muß P z. B. um x nach rechts geschoben werden, damit der Wagbalken wieder horizontal bleibe. Es ergibt sich dann

$$\begin{aligned} P(x + b) &= (Q + Q') \cdot a \\ P \cdot x + P \cdot b &= Q \cdot a + Q' \cdot a \\ P \cdot x &= Q \cdot a \\ Q &= \frac{P \cdot x}{a} \dots \dots \dots (103) \end{aligned}$$

Die Skala am Wagbalken wird empirisch (auf Grund von Versuchen) angefertigt.

Jeder Teilstrich am längeren Wagarm gibt sofort das Gewicht des zu wägenden Körpers an.

c) **Die Zeigerwage.** Fig. 119. Sie wird hauptsächlich zur Wägung leichter Körper (Briefe u. dgl.) benutzt. In einem Ständer ist der Drehpunkt O eines dreiarmligen Winkelhebels

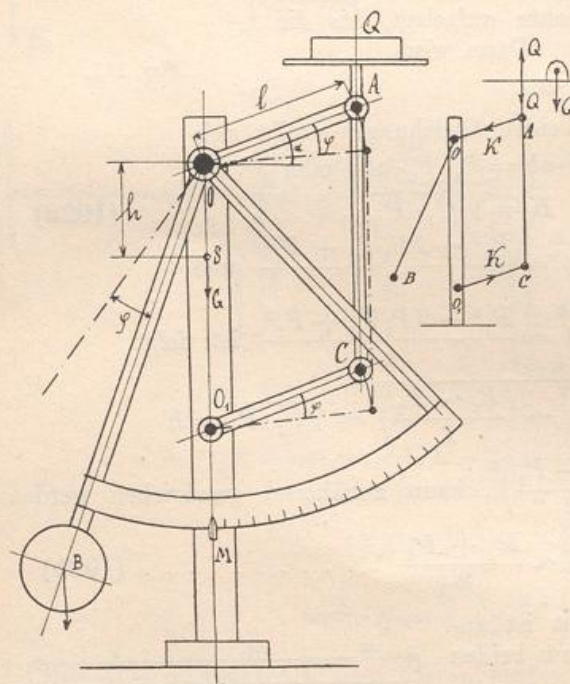


Fig. 119.

eines dreiarmligen Winkelhebels gelagert, dessen oberster Arm bei mittlerer Belastung horizontal liegt. Der Schwerpunkt S des Winkelhebels befindet sich vertikal unter dem Drehpunkte O , wenn die Wage unbelastet ist. Zwischen den beiden andern Winkelhebelarmen ist eine bogenförmige Skala angebracht; die auf ihre Teilung zeigende Marke ist am Ständer festgemacht. Eine Stange AC , welche durch die Kurbel O_1C am Ständer gelenkt und in A mit OA gelenkig verbunden ist, nimmt oben die Wagschale auf.

Wird in letztere ein Körper vom Gewichte Q gelegt, so dreht sich der Winkelhebel um φ nach abwärts. Nach den Bezeichnungen in Fig. 119 wird dann

$$\begin{aligned} Q \cdot l \cdot \cos(\alpha - \varphi) &= Gh \sin \varphi \\ Q &= G \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)} \dots \dots \dots (104) \end{aligned}$$

Aus aufgelegten, bekannten Gewichten Q können die zugehörigen Winkel φ gerechnet werden. Diese aber werden nicht auf der Skala aufgetragen, sondern gleich die entsprechenden Gewichte und zwar von 10 g zu 10 g.

Es ist gleichgültig, an welcher Stelle der Wagschale die Last liegt. Fügt man in A zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte Q hinzu, so drückt die nach abwärts wirkende den Winkelhebel nieder, während die nach aufwärts wirkende mit der Last Q ein Kräftepaar bildet, dessen Moment durch dasjenige des in den Hebelarmen \overline{OA} und $\overline{O_1C}$ entstehende Kräftepaares aufgehoben wird.

Durch Verlängerung der Hebel \overline{OA} und $\overline{O_1C}$ über O und O_1 hinaus um die Stücke $\overline{OA_1} = \overline{OA}$ und $\overline{O_1C_1} = \overline{OC}$ unter Fortlassung des Hebels \overline{OB} , also durch doppelte Anordnung der Parallelogrammkonstruktion, entsteht die sogenannte **Tafelwage**, Fig. 120.

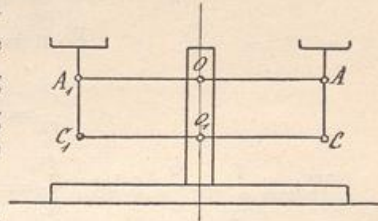


Fig. 120.

d) **Die Dezimalwage**. Fig. 121. Erfunden von Quintenz in Straßburg im Jahre 1821. Sie besteht im wesentlichen aus einem zweiarmigen Hebel, dessen Drehpunkt D_1 in einem Ständer gelagert ist. An dem längeren Arme $\overline{D_1A}$ dieses Wagbalkens hängt eine Wagschale, am kürzeren greifen zwei Zugstangen \overline{BD} und \overline{CE} an.

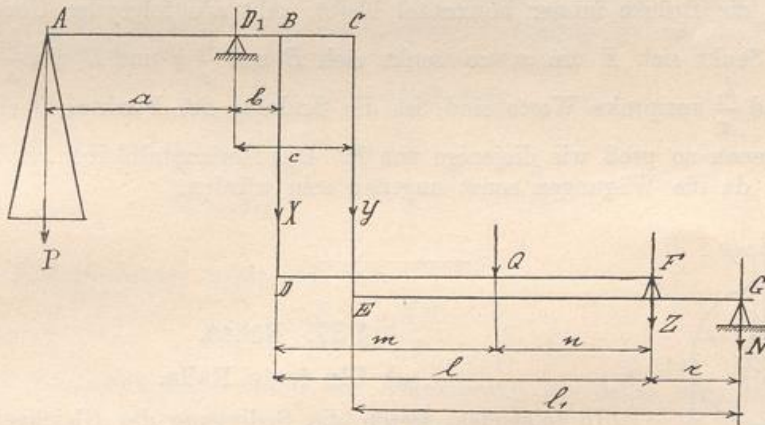


Fig. 121.

An letzteren sind die einarmigen Hebel \overline{DF} und \overline{EG} angehängt. Der erstere dieser Hebel heißt **Brücke**.

Eine auf einer beliebigen Stelle der letzteren befindliche Last bringt in der Zugstange \overline{BD} die Beanspruchung X und auf die Stütze F den Druck Z hervor. Nun muß sein

$$X \cdot l = Q \cdot n, \text{ daher}$$

$$X = \frac{Q \cdot n}{l} \text{ und}$$

$$Z \cdot l = Q \cdot m, \text{ also}$$

$$Z = \frac{Q \cdot m}{l}$$

Wird Z in Y und N zerlegt, so ergibt sich

$$Y \cdot l_1 = Z \cdot r, \text{ daraus}$$

$$Y = \frac{Z \cdot r}{l_1} = Q \frac{m \cdot r}{l \cdot l_1}$$

Gleichgewicht ist dann vorhanden, wenn die Summe der Momente von X und Y in bezug auf D_1 gleich ist dem Momente von P in bezug auf genannten Drehpunkt. Somit wird

$$P \cdot a = X \cdot b + Y \cdot c$$

$$P \cdot a = Q \cdot \frac{n}{l} \cdot b + Q \frac{m \cdot r}{l \cdot l_1} \cdot c$$

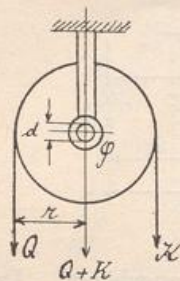
$$\frac{P}{Q} = \frac{b}{a} \cdot \left[\frac{n}{l} + \frac{m \cdot r}{l \cdot l_1} \cdot \frac{c}{b} \right]$$

Wenn $\frac{r}{l_1} = \frac{b}{c}$, folgt $\frac{P}{Q} = \frac{b}{a} \left(\frac{n}{l} + \frac{m}{l} \right)$ oder

$$\frac{P}{Q} = \frac{b}{a} \cdot \frac{m+n}{l} = \frac{b}{a}, \text{ d. h.}$$

$$P = Q \cdot \frac{b}{a} \text{ f\"ur } \frac{r}{l_1} = \frac{b}{c} \dots \dots \dots (105)$$

Wenn demnach $a = 10b$ gemacht wird, braucht P nur $1/10 Q$ zu sein. Daß die Brücke immer horizontal bleibt, geht aus folgender Überlegung hervor. Senkt sich F um x , so senkt sich E um $\frac{l_1}{r} x$ und D um $\frac{b}{c} \cdot \frac{l_1}{r} \cdot x$. Da $\frac{b}{c}$ und $\frac{l_1}{r}$ reziproke Werte sind, ist die Senkung des Punktes D ebenfalls x , also genau so groß wie diejenige von F . Das Horizontalbleiben der Brücke ist nötig, da die Wägungen sonst ungenau sein würden.



§ 37. Rollen.

a) Die feste Rolle.

In folgendem werde die Bedingung des Gleichgewichtes an einer festen Rolle mit Rücksicht auf alle vorhandenen Widerstände abgeleitet. Hierzu Fig. 122.

a) Der Einfluß des Zapfenreibungswiderstandes. Das Reibungsmoment am Zapfen ist

$$M = \varphi (Q + K) \cdot \frac{d}{2}$$

Demnach ist zur Überwindung der Reibung am Umfang der Rolle die Kraft

$$\frac{M}{r} = \frac{Q + K}{2r} \cdot \varphi d$$

nötig, welcher durch $K - Q$ das Gleichgewicht gehalten werden muß.

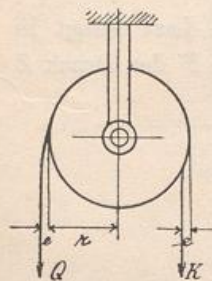


Fig. 122.