



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

# **Die Mechanik fester Körper**

**Blau, Ernst**

**Hannover, 1905**

§ 40. Räderwerke. Beispiel 155-160

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76868](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76868)

Zapfenhalbmesser und  $\delta$  die Seildicke, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn, falls  $P \parallel Q$  liegt, für Heben der Last die Beziehung besteht

$$P \cdot R = Q \cdot r + (P + Q + G) \varphi \cdot \varrho + \frac{1}{2} \cdot \frac{13 \delta^2}{r} \cdot Q r \text{ oder}$$

$$P \cdot R = Q r + (P + Q + G) \cdot \varphi \cdot \varrho + \frac{1}{2} \cdot 13 \delta^2 \cdot Q \quad (123)$$

Es kommt nur die Hälfte des Seilwiderstandes in Betracht, da ein Seilende fest ist.

Beim Herunterlassen der Last wirken Zapfen- und Seilreibung entgegengesetzt. Daher wird

$$P \cdot R = Q r - (P + Q + G) \varphi \cdot \varrho - \frac{1}{2} \cdot 13 \delta^2 \cdot Q \dots (123a)$$

#### § 40. Räderwerke.

Um mit geringer Kraft und in bequemer Richtung mit derselben schwere Lasten heben zu können, benützt man **Räderwerke**.

„Das einfachste Räderwerk besteht aus zwei Zahnrädern, von denen das größere auf der Lastwelle, das kleinere auf der Kraftwelle aufgekeilt ist.“

„Ein zusammenarbeitendes Räderpaar heißt ein **Vorgelege**.“

„Die Wirkung eines aus einem größeren und einem kleineren Zahnrade bestehenden Vorgeleges besteht in der Verlangsamung der Bewegung der Last; da die Kraft also einen größeren Weg beschreibt, kann sie entsprechend mal kleiner als die Last sein.“

Bei Bestimmung der effektiven Kraft  $P$  an der Kurbel des in Fig. 133 gezeichneten Räderwerkes mit doppeltem Vorgelege werden gleich alle Reibungswiderstände berücksichtigt.

Ohne Rücksicht auf die Widerstände würde die am Umfang des Zahnrades  $B$  nötige Kraft gleich sein

$$Z_1 = \frac{P \cdot l}{r_1}$$

Mit Rücksicht auf Zapfen- und Zahnreibung aber ergibt sich der Druck

$$Z_1 = \eta_1 \frac{P \cdot l}{r_1}$$

wenn  $\eta_1$  der Wirkungsgrad des Vorgeleges ist.

Ist ebenso  $\eta_2$  derjenige des zweiten, so wird die effektive Umfangskraft am Rade  $C$  oder, was dasselbe ist, am Rade  $D$

$$Z_2 = \eta_2 \frac{Z_1 R_1}{r_2} = \eta_1 \eta_2 \frac{P l R_1}{r_1 r_2}$$

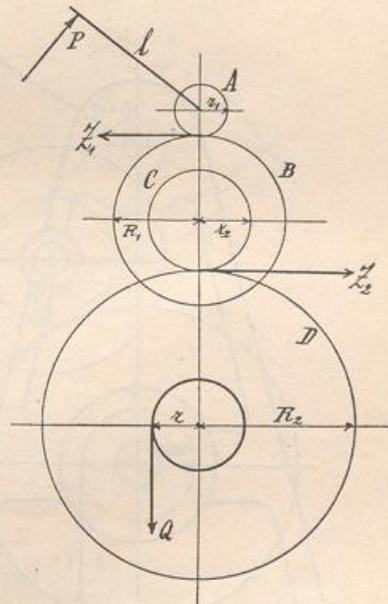


Fig. 133.

Bezeichnet endlich  $\eta_3$  den Wirkungsgrad der Lasttrommel, so wird

$$Q = \eta_3 \frac{Z_2 R_2}{r} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \frac{P \cdot l \cdot R_1 R_2}{r \cdot r_1 r_2}$$

und daraus 
$$P = \frac{1}{\eta_1 \eta_2 \eta_3} \cdot \frac{Q r}{l} \cdot \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2}$$

Die theoretisch nötige Kraft an der Kurbel ist

$$P = \frac{Q r}{l} \cdot \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2}$$

Demnach beträgt der Gesamtwirkungsgrad des Räderwerkes

$$\eta = \frac{\frac{Q r}{l} \cdot \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2}}{\frac{1}{\eta_1 \eta_2 \eta_3} \cdot \frac{Q r}{l} \cdot \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2}} \text{ oder}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \dots \dots (124)$$

Die Kraft an der Kurbel ergibt sich dann mit 
$$P = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{Q r}{l} \cdot \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2} (125)$$

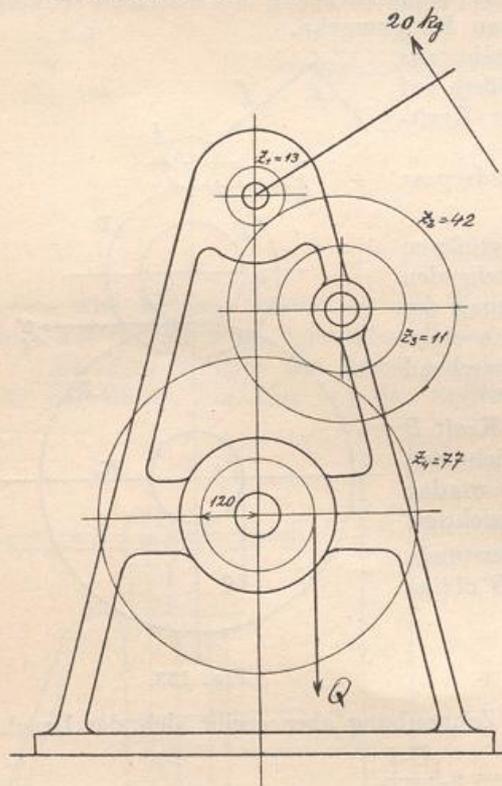


Fig. 134.

„Das Verhältnis aus dem Produkte der Radien (Zähnezahlen) der treibenden Räder und dem Produkte der Radien (Zähnezahlen) der getriebenen Räder heißt Übersetzung  $y$ “

$$y = \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2} \quad (126)$$

Es läßt sich daher für  $P$  auch schreiben

$$P = \frac{1}{\eta} \cdot y \cdot \frac{Q r}{l} \quad (127)$$

und für das Kraftmoment

$$P \cdot l = \frac{1}{\eta} y Q r \quad (128)$$

d. h. „das Kraftmoment ist gleich dem Produkte aus dem reziproken Werte des Wirkungsgrades, Übersetzung und Lastmoment.“

Für den Wirkungsgrad eines Zahnradvorgeleges kann 0,9 angenommen werden. Er wird um so günstiger, je größer die Zähnezahlen der treibenden Räder sind.

Bei zwei Vorgelegen soll im folgenden  $\eta = 0,8$  gesetzt werden.

**Beispiele.**

153. Wie groß kann die mittels der in Fig. 134 skizzierten Bauwinde zu hebende Last sein, wenn die Kraft an der Kurbel  $P = 20 \text{ kg}$ , der Hebelarm der Kraft  $l = 0,3 \text{ m}$ , der Radius der Lasttrommel  $r = 0,12 \text{ m}$  und die Zähnezahlen der Räder  $z_1 = 13$ ,  $z_2 = 42$ ,  $z_3 = 11$  und  $z_4 = 77$  sind?

Auflösung: 
$$y = \frac{13 \cdot 11}{42 \cdot 77} = \frac{1}{42 \cdot 77} = \frac{1}{13 \cdot 11} = \frac{1}{22,5}$$

$$y = 0,8$$

$$20 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = Q \cdot 0,12 \cdot \frac{1}{22,5}$$

$$Q = \frac{20 \cdot 0,3 \cdot 22,5 \cdot 0,8}{0,12}$$

$$Q \sim 900 \text{ kg}$$

154. Welche Kraft ist an der Kurbel der in Fig. 135 skizzierten Kranwinde nötig, damit die Last von 1500 kg gehoben werde?

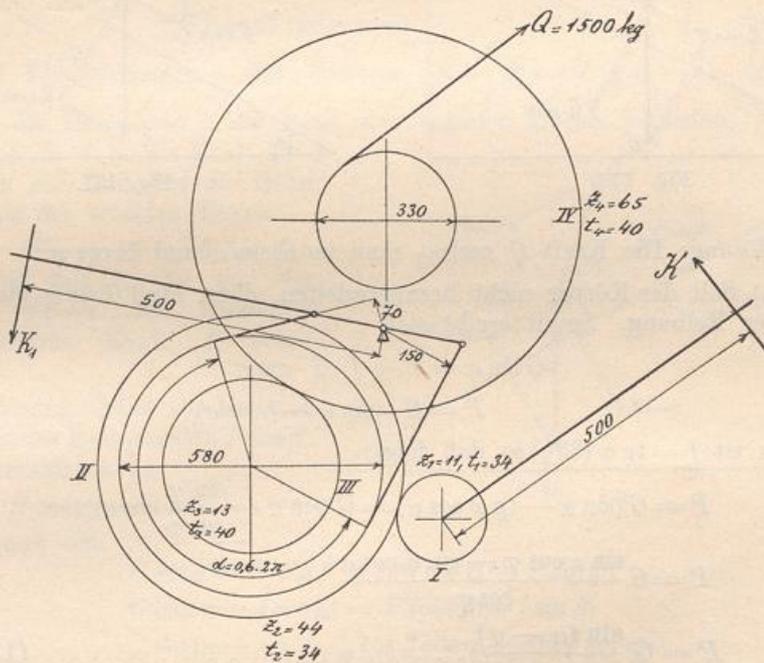


Fig. 135.

Auflösung: 
$$K \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 1500 \cdot 0,165 \frac{11 \cdot 13}{44 \cdot 65}$$

$$K = \frac{1500 \cdot 0,165 \cdot 11 \cdot 13}{0,5 \cdot 44 \cdot 65 \cdot 0,8}$$

$$K \sim 31 \text{ kg}$$