# Die Mechanik fester Körper

Blau, Ernst

Hannover, 1905

§ 46. Die Bandbremsen. Beispiele 178-182

urn:nbn:de:hbz:466:1-76868

Für $z = \frac{n}{f\alpha}$ gesetzt, ergibt sich letzterer Wert als

$$\lim_{z=\infty}\left(1+\frac{1}{z}\right)^z = \lim\left[1+\frac{1}{\frac{n}{f\alpha}}\right]^{\frac{n}{f\alpha}} = \lim\left\{\left[1+\frac{1}{\frac{n}{f\alpha}}\right]^n\right\}^{\frac{1}{f\alpha}} = e$$

$$\text{d. h.}\quad \lim_{n=\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{n}{f\alpha}}\right)^n = e^{f\alpha}$$

Daher $\quad \boldsymbol{T = t \cdot e^{f\alpha}}$ . . . . . . . . . . . . . . **(147)**

und $\quad \boldsymbol{W = t \cdot (e^{f\alpha} - 1)}$ . . . . . . . . . . **(148)**

Die Spannung $T$ und der Widerstand $W$ sind unabhängig vom Zylinderhalbmesser, wachsen aber mit der Größe des umspannten Bogens.

### Beispiele.

176. Die Last $G = 600$ kg soll mittels eines um einen festen Zylinder $1\frac{1}{2}$ mal geschlungenen Seils gleichförmig heruntergelassen werden. Mit welcher Kraft ist das freie Seilende zu halten, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Zylinder und Seil $f = 0{,}4$ ist?

Auflösung: $\quad 600 = T = t \cdot e^{f\alpha}$

$$t = \frac{T}{e^{f\alpha}} = \frac{600}{2{,}718^{0{,}4 \cdot 3\pi}} = \frac{600}{2{,}718^{1{,}2\pi}} = \frac{600}{43{,}2}$$

$$\boldsymbol{t = 13{,}9 \text{ kg}}$$

177. Welche Last kann mit 1 kg durch ein um einen horizontalen, festen Zylinder gelegtes Seil gehalten werden, wenn $\alpha = 1440^0\ (8\pi)$ und $f = \frac{1}{3}$ ist?

Auflösung: $\quad T = 1 \cdot 2{,}718^{0{,}333 \cdot 8\pi} = 2{,}718^{2{,}664\pi}$

$$\boldsymbol{T \sim 4350 \text{ kg}}$$

## § 46. Die Bandbremsen.

Im § 45 wurden die Endspannungen $t$ und $T$ an den beiden Enden eines um einen festliegenden Zylinder gelegten Seiles so bestimmt, daß die größere Zugkraft ein gleichförmiges Hingleiten desselben über den Zylinder herbeizuführen imstande war.

Die Gleichgewichtsbedingung $T = t \cdot e^{f\alpha}$ bleibt dann auch noch bestehen, wenn das Band mit den Endspannungen festliegt und der Zylinder gegen die Spannung $T$ hin rotiert, Fig. 152. Diese Tatsache wird praktisch bei den Bandbremsen ausgenützt, um die Abwärtsbewegung einer Last zu verlangsamen, bzw. vollständig aufzuheben.

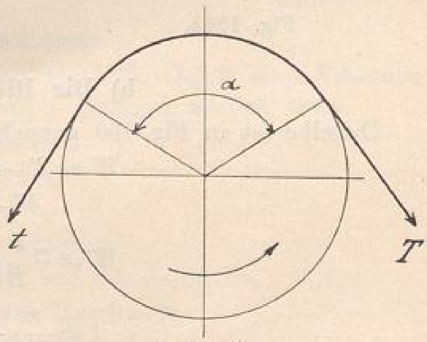

Fig. 152.

### a) Die einfache Bandbremse.

Eine solche ist aus Fig. 153 ersichtlich. Wird das Ende des Bremshebels nach abwärts gedrückt, so entsteht im linken Bandende die größere Spannung. Der Widerstand gegen die Lastbewegung ist links gerichtet. Nun ist

$$W = T - t = t\,(e^{f\alpha} - 1)$$

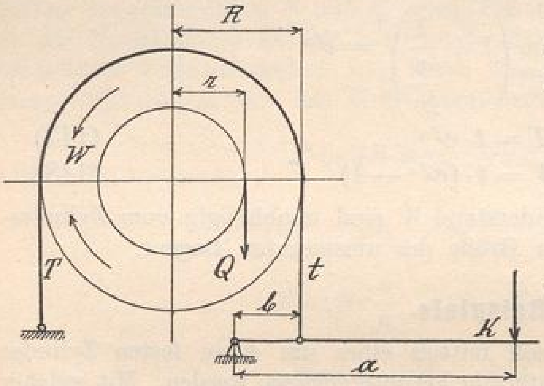


Fig. 153.

Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Bedingung gilt

$$Q \cdot r = W \cdot R$$

$$W = Q\,\frac{r}{R}$$

$$W = Q\,\frac{r}{R} = t\,(e^{f\alpha} - 1),$$

woraus

$$t = Q\,\frac{r}{R} \cdot \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \quad \text{folgt.}$$

Da ferner

$$t \cdot b = K \cdot a$$

sein muß, ergibt sich $\quad Q\,\dfrac{r}{R} \cdot \dfrac{1}{e^{f\alpha} - 1}\,b = K a \quad$ und somit

$$\boldsymbol{K = \frac{b}{a} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{Q}{e^{f\alpha} - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(149)}$$

Andere Anordnungen von einfachen Bandbremsen geben Fig. 154a und 154b.

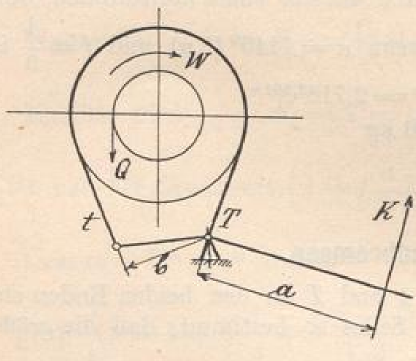


Fig. 154a.

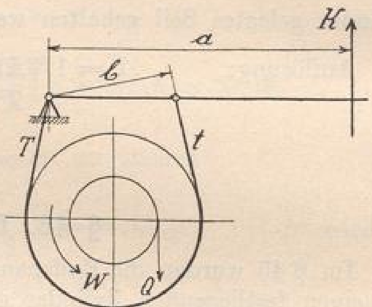


Fig. 154b.

### b) Die Differentialbremse.

Dieselbe ist in Fig. 155 gezeichnet. Wieder wird

$$W = T - t = t\,(e^{f\alpha} - 1)$$

$$W \cdot R = Q \cdot r$$

$$W = Q\,\frac{r}{R} = t \cdot (e^{f\alpha} - 1)$$

$$t = \frac{r}{R} \cdot \frac{Q}{e^{f\alpha} - 1}$$

Gleichgewicht am Bremshebel ist nun vorhanden, wenn die Summe der Momente in bezug auf seinen Drehpunkt gleich Null ist.

$$K \cdot a = t \cdot b_2 - T \cdot b_1$$

$$K \cdot a = t\,(b_2 - b_1 \cdot e^{f\alpha})$$

$$K \cdot a = \frac{r}{R} Q \frac{b_2 - b_1 e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}$$

$$\boldsymbol{K = \frac{1}{a} \cdot \frac{r}{R} Q \frac{b_2 - b_1 e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(150)}$$

Der Reibungskoeffizient zwischen Stahlband und Gußeisenscheibe beträgt $f = 0{,}18$.

Die Bremse ist **„selbsttätig“**, wenn $K = 0$ ist.

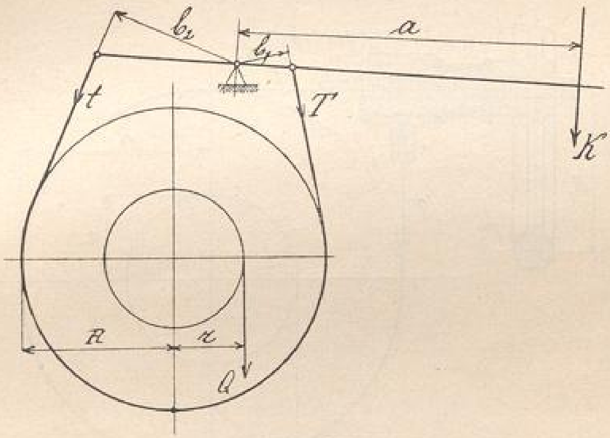


Fig. 155.

Die Bedingung für die Selbsthemmung ist

$$\boldsymbol{b_2 = b_1 \cdot e^{f\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(151)}$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| für $\alpha =$ | $0{,}2\pi$ | $0{,}4\pi$ | $0{,}6\pi$ | $0{,}8\pi$ | $0{,}85\pi$ | $0{,}9\pi$ | $0{,}95\pi$ | $\pi$ | $1{,}05\pi$ |
| wird $e^{f\alpha} =$ | 1,12 | 1,25 | 1,4 | 1,57 | 1,62 | 1,66 | 1,71 | 1,76 | 1,81 |
| für $\alpha =$ | $1{,}1\pi$ | $1{,}2\pi$ | $1{,}3\pi$ | $1{,}4\pi$ | $1{,}5\pi$ | $1{,}6\pi$ | $1{,}7\pi$ | $1{,}8\pi$ | $2\pi$ |
| wird $e^{f\alpha} =$ | 1,86 | 1,97 | 2,09 | 2,21 | 2,34 | 2,47 | 2,61 | 2,77 | 3,1 |

### c) Die Schraubenbremse.

Der Anzug des Bremsbandes wird hier, Fig. 156, durch eine Schraube bewirkt, weshalb diese Bremse Schraubenbremse genannt werden kann.

Es seien $r$ der Radius der Lasttrommel,
$R$ der Radius der Bremsscheibe,
$r_1$ der Radius der Schraube,
$\alpha_1$ der Steigungswinkel der Schraube,
$R_1$ der Radius des Handrades auf der Schraube,
$P$ die Kraft am Umfange des Handrades,
$\varphi_1$ der Reibungswinkel für die Schraube.

Dann wird $$W \cdot R = Q \cdot r$$

$$W = Q\frac{r}{R} = T - t = t\,(e^{f\alpha} - 1)$$

$$t \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1) \cdot \frac{r_1}{R_1} = P$$

$$t = \frac{P \cdot R_1}{r_1 \operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1)}$$

$$W = \frac{P \cdot R_1}{r_1 \operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1)} \cdot (e^{f\alpha} - 1) = \frac{Qr}{R}$$

$$\boldsymbol{P = \frac{r r_1}{R R_1} Q \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1)}{e^{f\alpha} - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \textbf{(152)}$$

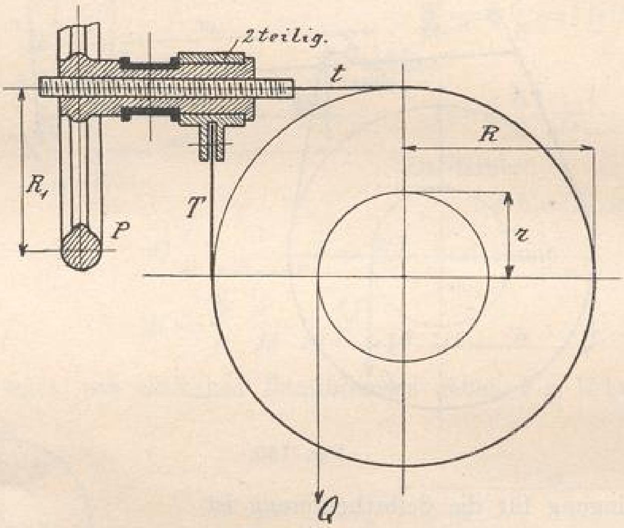


Fig. 156.

## Beispiele.

178. Welche Last kann mit einer einfachen Bandbremse gebremst werden, wenn $r = 125$ mm, $R = 280$ mm, $a = 120$ mm, $b = 10$ mm, $f = 0{,}18$, $K = 40$ kg und $\alpha = {}^4/_3\pi$ sind?

Auflösung:

$$K = \frac{b}{a} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{Q}{e^{f\alpha} - 1}$$

$$Q = K\frac{a}{b} \cdot \frac{R}{r} \cdot (e^{f\alpha} - 1)$$

$$Q = 40 \cdot \frac{0{,}12}{0{,}01} \cdot \frac{0{,}28}{0{,}125} \cdot (e^{0{,}18 \cdot \frac{4}{3}\pi} - 1)$$

$$\boldsymbol{Q \sim 1210\,\mathrm{kg}}$$

179. An einer Differentialbremse sind der Hebelarm der Last 200 mm, der Radius der Bremsscheibe 600 mm, der Hebelarm der Kraft 400 mm, die Last 1000 kg, der umspannte Bogen der Bremsscheibe $0{,}7 \cdot 2\pi$, die Hebelarme

der größeren und der kleineren Bandspannung 50 mm und 130 mm. — Wie groß ist die zum Bremsen der Last erforderliche Kraft?

Auflösung:

$$K = \frac{1}{400} \cdot \frac{200}{600} \cdot 1000 \, \frac{130 - 50 \cdot 2{,}21}{1{,}21} = \frac{19{,}5 \cdot 10}{1{,}21}$$

$$\boldsymbol{K = 13{,}4 \text{ kg}}$$

180. Wie groß mußte dagegen in voriger Aufgabe der Hebelarm der größeren Bandspannung sein, damit die Bremse selbsttätig werde?

Auflösung: $b_2 = b_1 e^{f\alpha} = 50 \cdot 2{,}21$

$$\boldsymbol{b_2 = 110{,}5 \text{ mm}}$$

181. Die Kraft $K$ am Hebel der in Fig. 135 dargestellten Differentialbremse zu bestimmen.

Auflösung: Die Umfangskraft an der Bremsscheibe ergibt sich unter der Erwägung, daß der Wirkungsgrad eines Rädervorgeleges $\eta = 0{,}9$ beträgt mit

$$P = \frac{Q \cdot 330}{z_4 \cdot t_4} \cdot \frac{z_3 \cdot t_3}{580 \cdot \eta}$$

$$P = \frac{1500 \cdot 330}{65 \cdot 40} \cdot \frac{13 \cdot 40}{580 \cdot 0{,}9} = \frac{170}{0{,}9}$$

$$P \sim 190 \text{ kg}$$

$$K_1 = \frac{1}{500} \cdot 190 \cdot \frac{150 - 70 \cdot 1{,}97}{0{,}97}$$

$$K_1 = \frac{190 \cdot 12{,}1}{500 \cdot 0{,}97}$$

$$\boldsymbol{K_1 \sim 4{,}75 \text{ kg}}$$

182. In welchem Verhältnisse stehen an einer Schraubenbremse $P$ und $Q$, wenn

$$\begin{array}{llll} r = 100 \text{ mm} & R = 300 \text{ mm} & \alpha_1 = \varphi_1 = 9^0\,30' & \\ r_1 = 15 \text{ mm} & R_1 = 120 \text{ mm} & \alpha = 1{,}4\pi & f = 0{,}18 \end{array}$$

betragen?

Auflösung:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r r_1}{R R_1} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \varphi_1)}{e^{f\alpha} - 1}$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}015}{0{,}3 \cdot 0{,}12} \cdot \frac{\operatorname{tg} 19^0}{2{,}21 - 1}$$

$$\boldsymbol{\frac{P}{Q} = \frac{1}{84}}$$