Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Flächen mit Ausschnitten.

Für $\alpha = 180^0$ bestätigt sich das unter 6) für den halben Kreisring gefundene Resultat.

12) Verdoppelt man sämtliche Sehnen eines Kreises, die dem Durchmesser parallel sind, wobei die Symmetrie erhalten bleiben soll, so entsteht eine Ellipse. Der Schwerpunkt S der Halbkreisfläche fällt dabei mit dem der Ellipse zusammen, denn das Moment in

Fig. 20.

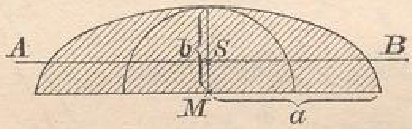
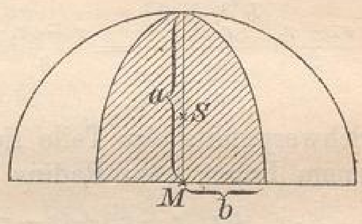


Fig. 21.

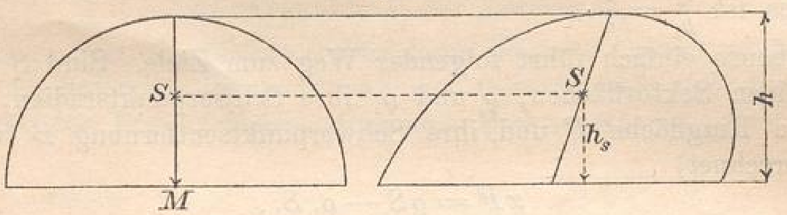


Bezug auf die Schwerpunktsachse hat bei der Verdoppelung den Wert Null beibehalten. Ebenso ist es, wenn man sämtliche Sehnen mit n multipliziert denkt.

Von der Verkürzung der Sehnen gilt dasselbe. Der Schwerpunkt liegt also im Abstande $\frac{4a}{3\pi}$ bezw. $\frac{4b}{3\pi}$ vom Durchmesser.

Dasselbe ist der Fall, wenn man die Sehnen des Halbkreises so verschiebt, dafs ihre Halbierungspunkte sich auf schräger Linie an-

Fig. 22.



ordnen. Auch dadurch entsteht eine halbe Ellipse, nur ist sie schief abgeschnitten. Ist h die senkrechte Höhe, so liegt der Schwerpunkt auf der Mittellinie im Abstande $h_s = \frac{4h}{3\pi}$ vom Durchmesser. — Ellipsensegmente lassen sich also stets auf Kreissegmente zurückführen.

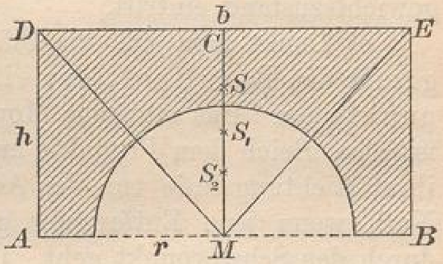
13) Ist aus einer Fläche von einfacher Begrenzung ein Teil ausgeschnitten, so verfährt man wie im nebenstehenden Beispiele, wo ein Halbkreis aus dem Rechteck geschnitten ist. Das statische Moment der übrig bleibenden Fläche ist in Bezug auf AB

$$Fh_s = F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 = bh\frac{h}{2} - \frac{r^2\pi}{2} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{bh^2}{2} - \frac{2r^3}{3},$$

demnach ist

$$h_s = \frac{F_1 h_1 - F_2 h_2}{F_1 - F_2} = \frac{\frac{bh^2}{2} - \frac{2r^3}{3}}{bh - \frac{r^2\pi}{2}} = \frac{3bh^2 - 4r^3}{3(2bh - r^2\pi)}.$$

Fig. 23.



Zerschneidet man die Fläche durch MC, so liegt der Schwerpunkt für jeden Teil ebenso hoch, und zwar auf der Symmetrielinie MD bezw. ME.

Andere Berechnungsmethoden kommen später zur Sprache.

14) **Anwendungen.** a) Steht über einer Fläche eine senkrechte Säule, die durch eine Ebene schräg abgeschnitten ist, so ist der Inhalt des übrig bleibenden Körpers

$$J = F \cdot h_s,$$

wo h_s die Länge des im Schwerpunkte auf der Grundfläche errichteten Lotes bis zur Schrägfläche ist. Man bezeichnet diese Linie als die Mittellinie des Körpers. (Vgl. Method. Lehrbuch, II, Stereom. 61.)

b) Diesen Körper kann man als Diagrammkörper des seitlichen Wasserdrucks auffassen, der bekanntlich proportional der Tiefe zunimmt. Der Wasserdruck gegen eine senkrechte oder auch schräge ebene Wandfläche ist

$$P = F \cdot h_s,$$

z. B. in Tonnen, wenn F in Quadratmetern, die Schwerpunktstiefe h_s in Metern gegeben ist. (Die Druckresultante greift aber nicht im Schwerpunkte an.)

c) Ist die Säule oben und unten abgeschrägt, so hat man einen Normalschnitt zu führen. Ist dessen Fläche F und ist h_s die Länge des auf ihr im Schwerpunkte errichteten Lotes, von der einen Schrägfläche zur andern gemessen, so ist der Inhalt wiederum

$$J = F \cdot h_s.$$

d) Denkt man sich eine Fläche gleichmäſsig mit Masse belegt und um irgend eine in ihrer Ebene liegende oder diese schneidende Achse gedreht, so ist die entstehende Centrifugalkraft

$$P = mr\vartheta^2 = \frac{mv^2}{r} = \frac{4mr\pi^2}{t^2}.$$

Hier bedeutet r die Entfernung des Flächenschwerpunktes von der Achse, m die Masse, v die Geschwindigkeit der Schwerpunktsbewegung, ϑ die auf den Radius 1 reducierte Geschwindigkeit (Winkelgeschwindigkeit), t die Zeitdauer des einmaligen Umlaufs (Umlaufszeit).

(Der Angriffspunkt der Centrifugalkraft fällt aber im allgemeinen nicht mit dem Schwerpunkte zusammen.)