UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Veranschaulichung durch das statische Moment abgeschrägter Körper.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

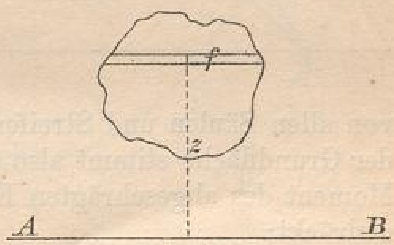
Abschnitt II.

Die einfachsten Trägheitsmomente ebener Flächen.

20) Begriff des axialen Trägheitsmomentes.

Figur 29 stellt eine beliebig gestaltete ebene Fläche F und eine in derselben Ebene liegende Achse AB dar. Man denke sich die Fläche in unendlich zahlreiche Parallelstreifen zerlegt, die selbstverständlich unendlich schmal werden. Diese sollen parallel zu AB sein. Während man das Produkt $f \cdot z$ aus jedem Streifen f und seinem Abstande z von der Achse AB als das statische Moment des Streifens in Bezug auf AB bezeichnete, nennt man das Produkt fz^2 aus f und dem Quadrate des Abstandes z das Trägheitsmoment des Streifens in Bezug auf die Achse AB. Der Grund für diese Benennung liegt in der Mechanik und kann hier noch nicht erörtert werden.

Fig. 29.



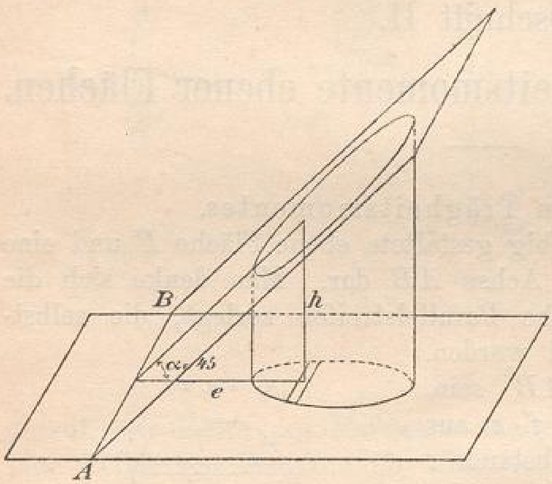
Wie ferner $M = \sum fz$ die Summe aller einzelnen statischen Momente, also zugleich das statische Moment der Gesamtfläche bedeutet, so bedeutet $T = \sum fz^2$ die Summe aller einzelnen Trägheitsmomente und zugleich das Trägheitsmoment der Gesamtfläche in Bezug auf die Achse AB.

Wegen der Bezugnahme auf eine Achse bezeichnet man ein solches Moment als axiales Trägheitsmoment.

21) Veranschaulichung des Trägheitsmomentes durch abgeschrägte Körper.

Man denke sich durch AB eine unter 45^0 gegen die Zeichnungsebene geneigte Ebene gelegt, welche die über der Fläche F zu errichtende senkrechte Säule schräg abschneidet. In Figur 30 ist dies für eine beliebig gestaltete Fläche dargestellt. Über jedem schmalen Parallelstreifen f steht dann eine Säule, deren Höhe h gleich der Entfernung e von der Achse AB ist. Ihr Inhalt ist durch fh und zugleich durch fe bestimmt, also gleich dem statischen Momente des Streifens in Bezug auf AB. Da dies von allen Streifen gilt, so folgt, daſs die Maſszahl für den Inhalt des abgeschrägten Körpers ebenso groſs ist, wie die für das statische Moment der Fläche in Bezug auf AB, also, abgekürzt ausgedrückt: Körperinhalt gleich Flächenmoment. Jede der kleinen Säulen hat in Bezug auf AB ebenfalls ein statisches Moment, welches gleich dem Produkte aus dem Inhalte fh und der Entfernung e ist, also gleich $fhe = fe^2$. Ebenso groſs ist aber auch das Trägheitsmoment des Streifens in Bezug auf AB. Dies gilt von allen Säulen und Streifen. Die Maſszahl für das Trägheitsmoment der Grundfläche stimmt also überein mit der Maſszahl für das statische Moment des abgeschrägten Körpers in Bezug auf AB, oder kurz ausgedrückt:

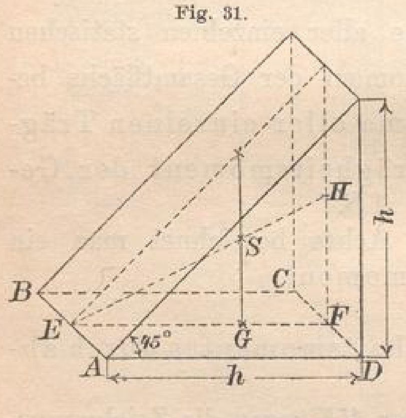
Fig. 30.



Statisches Moment des Körpers in Bezug auf AB gleich dem Trägheitsmoment der Grundfläche in Bezug auf AB.

Diese einfache Vorstellungsweise ermöglicht es, die Berechnung der Trägheitsmomente für einige Flächen durchzuführen.

Fig. 31.



22) **Aufgabe.** Ein Rechteck habe die Seiten b und h, sein Trägheitsmoment in Bezug auf eine der Seiten b soll berechnet werden.

Auflösung. $ABCD$ sei das Rechteck mit Seite $AB = b$ und $AD = h$. Über ihm ist das entsprechende Körperdiagramm gezeichnet, dessen Höhe h ist. Nach bekanntem Dreieckssatze liegt der Schwerpunkt S so, daſs $ES = \frac{2}{3} EH$, folglich auch $EG = \frac{2}{3} EF = \frac{2}{3} h$ ist.

Der Körperinhalt ist $J = (bh)\frac{h}{2} = \frac{bh^2}{2}$. Das statische Moment des Körpers in Bezug auf AB ist also $M = \left(\frac{2}{3}h\right) \cdot J = \frac{2}{3}h\frac{bh^2}{2} = \frac{bh^3}{3}$. Ebenso grofs ist das gesuchte Trägheitsmoment. Also

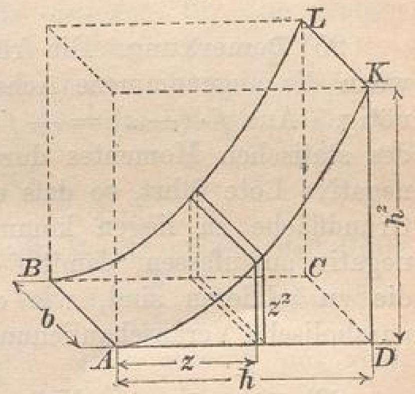
$$T = \frac{bh^3}{3}.$$

Man kann auch schreiben $T = bh \cdot \frac{h^2}{3} = F\frac{h^2}{3}$, wo F die Rechtecksfläche bedeutet.

23) Veranschaulichung des Trägheitsmomentes durch parabolisch begrenzte Körper.

Man denke sich dasselbe Rechteck, wie vorher, jedoch stehe über jedem Streifen eine Säule von der Höhe z^2. Ihr Inhalt ist fz^2, also ebenso grofs, wie das Trägheitsmoment des Streifens in Bezug auf AB. Der Inhalt dieses Körpers stimmt also überein mit dem Trägheitsmomente der Grundfläche, er mufs also nach 3) gleich $\frac{bh^3}{3}$ sein, d. h. gleich dem dritten Teile des über der Fläche stehenden Rechteckskörpers.

Fig. 32.



Man bezeichnet die Curven AK bezw. BL als Parabeln. Die gekrümmte Fläche ist die eines parabolischen Cylinders mit ADK oder BCL als Grundfläche. Man hat hier den Satz gefunden, dafs die Parabel den dritten Teil vom zugehörigen Rechteck abschneidet.

Denkt man sich in der Grundebene eine beliebige Fläche und errichtet man über ihr eine bis zur parabolischen Fläche reichende Säule, so ist der Inhalt der letzteren identisch mit dem Trägheitsmomente der Grundfläche in Bezug auf die Berührungslinie AB.

24) **Aufgabe.** Das Trägheitsmoment des Rechtecks in Bezug auf eine Mittellinie zu finden.

Auflösung. In Figur 33 sei $ABCD$ das Rechteck mit der als Achse angenommenen Mittellinie KL. Rechts befindet sich der parabolische Körper von der Höhe $\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{h^2}{4}$. Da $f \cdot (-z)^2 = f \cdot z^2$ ist, so hat man links denselben Körper zu errichten. Vom Rechteckskörper, dessen Inhalt $\frac{bh^3}{4}$ ist, wird nach Obigem durch die para-

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN