



Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnerischer und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

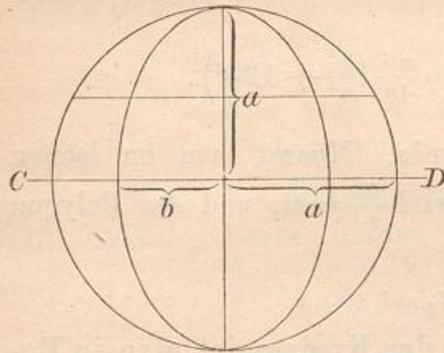
Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Veranschaulichung des polaren Trägheitsmoments.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76845](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76845)

Fig. 46.



Für den Kreis mit Radius a ist in Bezug auf CD das Trägheitsmoment $T = \frac{\pi a^4}{4}$. Für die Ellipse ist jede Querlinie das $\frac{b}{a}$ -fache von der entsprechenden des Kreises. Für die Ellipse ist also in Bezug auf CD

$$T = \frac{\pi a^4}{4} \frac{b}{a} = \frac{\pi a^3 b}{4}.$$

Das Polarmoment der Ellipse ist

$$T_p = \frac{\pi a b^3}{4} + \frac{\pi a^3 b}{4} = \frac{a b \pi}{4} (a^2 + b^2) = \frac{F}{4} (a^2 + b^2).$$

42) Veranschaulichung des polaren Trägheitsmomentes.

Fig. 47 stellt eine Kreisfläche dar, über der ein Cylinder von der Höhe r^2 errichtet ist. Über jedem Flächenteilchen f in der Entfernung ρ vom Mittelpunkte denke man sich eine Säule von der Höhe ρ^2 errichtet, so daß der Säulinhalt $f\rho^2$ ist. Dann liegen die Endpunkte der Lote in einer Fläche, die man als Drehungsparaboloid bezeichnet. Der Inhalt des Aufsenkörpers ist gleich $\sum f\rho^2$, stimmt also mit dem Trägheitsmomente überein, d. h. er ist gleich $\frac{r^4 \pi}{2}$, d. h. gleich der Hälfte des Cylinders.

Fig. 47.

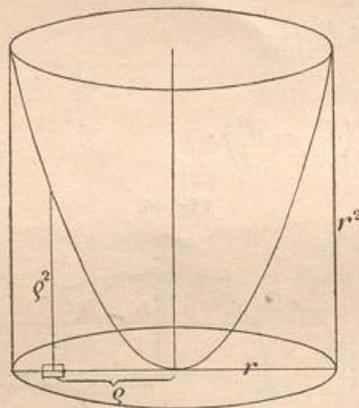
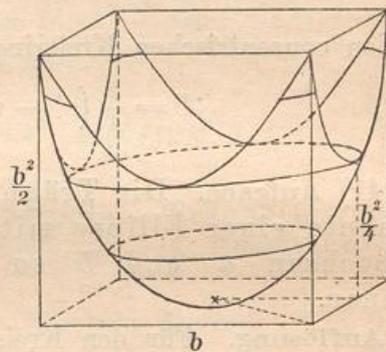


Fig. 48.



In ähnlicher Weise ist in Fig. 48 das polare Trägheitsmoment eines Quadrates veranschaulicht. Aus dem Außenraume des Drehungsparaboloids ist der entsprechende quadratische Cylinder ausgeschnitten. Der Aufsenkörper ist vom Inhalte

$$T_p = \frac{b b^3}{12} + \frac{b b^3}{12} = \frac{b^4}{6},$$

also, da das Prisma den Inhalt $\frac{b^4}{2}$ hat, gleich dem dritten Teile des Prismas*).

In entsprechender Weise läßt sich das polare Trägheitsmoment jeder Fläche durch einen Diagrammkörper veranschaulichen. Kennt man die polaren Trägheitsmomente, so kann man Sätze über den Inhalt von Körpern aussprechen, die in solcher Weise parabolisch begrenzt sind. Ist die Parabel von der Form $y = \rho^2$, so ist der Inhalt der parabolisch begrenzten Säule gleich dem polaren Trägheitsmomente T_p in Bezug auf den Berührungspunkt der parabolischen Fläche. Ist sie von der Form $y = a\rho^2$, so der Inhalt gleich aT_p .

43) Zusammenhang des polaren Trägheitsmomentes mit den Trägheitsmomenten der Dynamik. In der Dynamik handelt es sich nicht um Flächenteilchen, sondern um Massenteilchen. An Stelle der fz^2 und $f\rho^2$ treten Größen mz^2 bzw. $m\rho^2$, an Stelle der Gesamtfläche tritt eine Gesamtmasse.

So war z. B. für den Kreis das polare Trägheitsmoment $T_p = \frac{r^4\pi}{2} = (r^2\pi) \frac{r^2}{2} = F \frac{r^2}{2}$. Setzt man an Stelle von F die Masse m , mit der die Fläche homogen belegt zu denken ist, so ergibt sich $T = m \frac{r^2}{2}$ als das dynamische Trägheitsmoment einer Kreisscheibe von der Masse m in Bezug auf das Lot im Mittelpunkte.

Für das Rechteck mit der Diagonale d war das polare Trägheitsmoment $T_p = bh \frac{d^2}{12} = F \frac{d^2}{12}$. Demnach ist $m \frac{d^2}{12}$ das dynamische

Fig. 49.

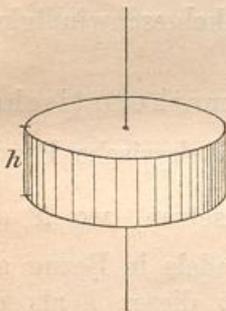


Fig. 50.

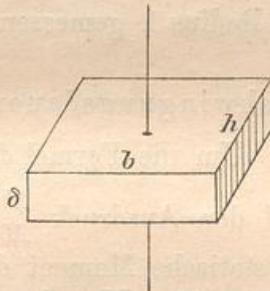
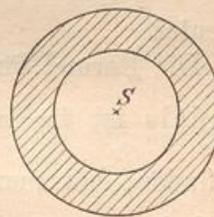


Fig. 51.



Trägheitsmoment einer Rechteckscheibe in Bezug auf das Lot im Mittelpunkte der Rechtecksfläche.

*) Man denke sich ein Gefäß von quadratischem Querschnitt auf der Centrifugalmaschine in Drehung versetzt, so daß die Wasseroberfläche sich parabolisch einstellt. Ist das Gefäß zum 3^{ten} Teile gefüllt, so nimmt der Trichter in dem Momente, wo er den Boden berührt, die oben gezeichnete Gestalt an.