UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

Dynamisches Trägheitsmoment.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

also, da das Prisma den Inhalt $\frac{b^4}{2}$ hat, gleich dem dritten Teile des Prismas*).

In entsprechender Weise läfst sich das polare Trägheitsmoment jeder Fläche durch einen Diagrammkörper veranschaulichen. Kennt man die polaren Trägheitsmomente, so kann man Sätze über den Inhalt von Körpern aussprechen, die in solcher Weise parabolisch begrenzt sind. Ist die Parabel von der Form $y = \varrho^2$, so ist der Inhalt der parabolisch begrenzten Säule gleich dem polaren Trägheitsmomente $T_p$ in Bezug auf den Berührungspunkt der parabolischen Fläche. Ist sie von der Form $y = a\varrho^2$, so der Inhalt gleich $a T_p$.

43) Zusammenhang des polaren Trägheitsmomentes mit den Trägheitsmomenten der Dynamik. In der Dynamik handelt es sich nicht um Flächenteilchen, sondern um Massenteilchen. An Stelle der $fz^2$ und $f\varrho^2$ treten Gröfsen $mz^2$ bezw. $m\varrho^2$, an Stelle der Gesamtfläche tritt eine Gesamtmasse.

So war z. B. für den Kreis das polare Trägheitsmoment $T_p = \frac{r^4\pi}{2} = (r^2\pi)\frac{r^2}{2} = F\frac{r^2}{2}$. Setzt man an Stelle von $F$ die Masse $m$, mit der die Fläche homogen belegt zu denken ist, so ergiebt sich $T = m\frac{r^2}{2}$ als das dynamische Trägheitsmoment einer Kreisscheibe von der Masse $m$ in Bezug auf das Lot im Mittelpunkte.

Für das Rechteck mit der Diagonale $d$ war das polare Trägheitsmoment $T_p = bh\frac{d^2}{12} = F\frac{d^2}{12}$. Demnach ist $m\frac{d^2}{12}$ das dynamische

Fig. 49.

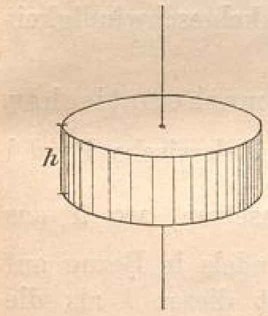



Fig. 50.

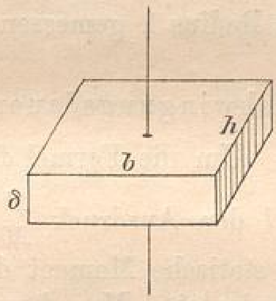
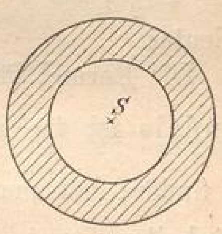



Fig. 51.




Trägheitsmoment einer Rechteckscheibe in Bezug auf das Lot im Mittelpunkte der Rechtecksfläche.

*) Man denke sich ein Gefäfs von quadratischem Querschnitt auf der Centrifugalmaschine in Drehung versetzt, so dafs die Wasseroberfläche sich parabolisch einstellt. Ist das Gefäfs zum 3ten Teile gefüllt, so nimmt der Trichter in dem Momente, wo er den Boden berührt, die oben gezeichnete Gestalt an.

Für einen concentrischen Kreisring war

$$T_p = \left(r^4 - r_1^4\right)\frac{\pi}{2} = \left(r^2 + r_1^2\right)\left(r^2 - r_1^2\right)\frac{\pi}{2} = \frac{r^2 + r_1^2}{2} \cdot F.$$

Demnach ist für den entsprechenden scheibenförmigen Ringkörper das dynamische Trägheitsmoment gleich $m\,\frac{r^2 + r_1^2}{2}$.

Das mathematische Trägheitsmoment $T$ verhält sich also zum dynamischen $T'$ wie die Fläche $F$ zur Masse $m$. Ganz allgemein folgt aus

$$T : T' = F : m,$$

dafs

$$T' = \frac{Tm}{F}.$$

44) Einige Anwendungen. In der Mechanik wird gezeigt, dafs das Trägheitsmoment bei beschleunigten Drehungsbewegungen dieselbe Rolle spielt, wie die träge Masse $m$ bei beschleunigten geradlinigen Bewegungen. Bei den letzteren ist die Beschleunigung $g = \frac{m}{p}$, wo $p$ die Triebkraft, $m$ die zu bewegende Masse ist. Ebenso ist bei Drehungen die am Radius 1 zu messende Winkelbeschleunigung

$$\gamma = \frac{pr}{T'} = \frac{M}{T'},$$

wo $pr = M$ das statische Moment der Triebkraft, $T'$ das dynamische Trägheitsmoment der zu drehenden Masse ist. Die Arbeitswucht (Energie) der geradlinig bewegten Masse ist dort $m\,\frac{v^2}{2}$, wo $v$ die Geschwindigkeit bedeutet. Bei drehenden Körpern dagegen ist sie $E = T\,\frac{\vartheta^2}{2}$, wo $\vartheta$ die am Radius 1 gemessene Winkelgeschwindigkeit bedeutet.

Die Formel für die Schwingungsdauer des mathematischen Pendels ist $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Um die Formel für das physische Pendel zu finden, hat man für $l$ den Ausdruck $\frac{T}{M}$ einzusetzen, wo $T$ das Trägheitsmoment, $M$ das statische Moment des Pendels in Bezug auf die Schwerpunktsachse bedeutet. Man bezeichnet dieses $l$ als die reduzierte Pendellänge.

Erhält ein freischwebender Körper einen excentrischen Stofs, so ist im Anfange die Bewegung identisch mit der Drehung um eine Achse, die von der Richtungslinie des Stofses die Entfernung $\frac{T}{M}$ hat. Daraus berechnet man das Mafs der fortschreitenden Bewegung des Schwerpunktes und der drehenden nach dem Stofse.

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN