



## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnerischer und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

Schwerpunkt halber Drehungskörper und Centrifugalkraft für solche.

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-76845](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-76845)

In dieser Entfernung ist ein Lot  $DE$  zu errichten, in dessen Halbierungspunkte der Körperschwerpunkt liegt.

Ist die Schrägebene nicht unter  $45^\circ$ , sondern unter einem beliebigen Winkel  $\alpha$  geneigt, so ist der Körperinhalt  $J = M \cdot \tan \alpha$ , sein statisches Moment also  $T \cdot \tan \alpha$ . Die Entfernung  $AD$  wird

$$e = \frac{T \tan \alpha}{M \tan \alpha} = \frac{T}{M},$$

wie vorher.

48) **Folgerung.** Die Formel  $e = \frac{T}{M}$  für die Entfernung der Schwerpunktsprojektion gilt in derselben Weise für jeden abgescrängten Körper. Für regelmässige und symmetrische Grundflächen ist so der Schwerpunkt des abgescrängten Körpers leicht zu bestimmen. Bei beliebig gestalteten Flächen muß für die Lage von  $D$  noch eine zweite Koordinate bestimmt werden, was mit Hilfe der später zu besprechenden Centrifugalmomente geschieht.

Aber nicht nur für abgescrängte Körper gilt diese Bestimmung, sondern, wie gezeigt werden soll, mit entsprechender Änderung auch für Sektoren von Drehungskörpern.

49) **Aufgabe.** Wo liegt der Schwerpunkt des in Figur 53 dargestellten halben Drehungskörpers mit kreisförmigem Querschnitt?

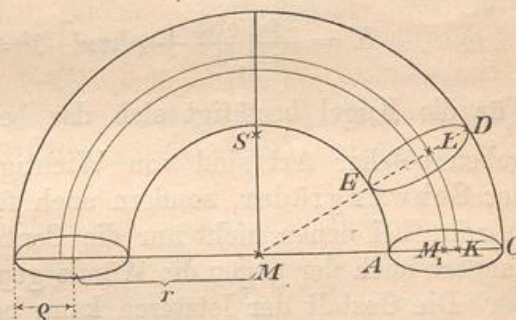
**Auflösung.** Jeder kleine Sektor  $ACDE$  läßt sich als abgescrängter Cylinder betrachten. Sind  $r$  und  $\varrho$  die Radien, so hat die Schwerlinie  $KL$  eine Entfernung  $e$  von  $M$ , die sich aus

$$\begin{aligned} e = \frac{T}{M} &= \frac{\frac{\varrho^4 \pi}{4} + \varrho^2 \pi \cdot r^2}{\varrho^2 \pi \cdot r} \\ &= \frac{\varrho^2 + 4r^2}{4r} \end{aligned}$$

berechnet. Auf dem mit diesem Radius  $e$  um  $M$  geschlagenen Kreise liegen die Schwerpunkte der sämtlichen kleinen Sektoren. Der Schwerpunkt des Körpers fällt also mit dem dieses Halbkreisbogens zusammen. Demnach ist (vgl. Nr. 9)

$$MS = \frac{2e}{\pi} = \frac{2}{\pi} \frac{T}{M} = \frac{2}{\pi} \frac{\varrho^2 + 4r^2}{4r} = \frac{\varrho^2 + 4r^2}{2r\pi}.$$

Fig. 53.



Wichtiger ist das allgemeine Resultat, daß für halbe Rotationskörper von beliebigem Hauptschnitt

$$MS = \frac{2}{\pi} \frac{T}{M}$$

die Entfernung des Schwerpunktes vom Centrum ist.

In diesem Punkte ist die Masse des halben Rotationskörpers vereinigt zu denken, wenn man berechnen will, durch welche Centrifugalkraft die eine Hälfte des ganzen Körpers von der andern abgerissen werden soll, sobald er schnell um seine Hauptachse dreht.

Ist  $\vartheta$  die am Einheitskreise gemessene Winkelgeschwindigkeit, so ist diese Centrifugalkraft

$$K = m \cdot \overline{MS} \cdot \vartheta^2 = m \frac{2}{\pi} \frac{T}{M} \vartheta^2.$$

Hier ist  $m = \frac{p}{g} = \frac{J \cdot p'}{g}$ , wenn  $J$  der Inhalt,  $p'$  das spezifische Gewicht des halben Körpers ist. Nun ist aber nach Guldin  $J = \frac{2r\pi \cdot F}{2}$  und das Moment  $M = F \cdot r$ , also ist

$$K = \frac{r\pi F p'}{g} \frac{2}{\pi} \frac{T}{Fr} \vartheta^2 = 2 \frac{p'}{g} T \vartheta^2.$$

Zur Kenntnis der Beanspruchung eines beliebig gestalteten Schwungringes durch die Centrifugalkraft reicht also die Kenntnis des Trägheitsmomentes der erzeugenden Fläche, der Winkelgeschwindigkeit und des spezifischen Gewichtes  $p'$  aus.

Der vorher behandelte Körper mit kreisförmigem Querschnitt wird also beansprucht durch

$$K = \frac{2p'}{g} \left[ \frac{\varrho^4 \pi}{4} + \varrho^2 \pi r^2 \right] \vartheta^2 = \frac{\varrho^2 \pi p'}{2g} (\varrho^2 + 4r^2) \vartheta^2.$$

Für die Kugel bestätigt sich das bekannte Resultat  $\frac{p}{g} \frac{r^4 \pi \vartheta^2}{4}$ . Aufgaben solcher Art sind von Wichtigkeit nicht nur für die Theorie der Schwungräder, sondern auch für die der sogenannten Centrifugen, bei denen nicht nur die Centrifugalkraft des halben Gefäßes, sondern auch der gegen die Wände geprefsten Flüssigkeit zu berechnen ist. Die Gestalt der letzteren kann bei großen Geschwindigkeiten als Rotationskörper eines Kreissegmentes betrachtet werden, wenn das Gefäß kugelförmig begrenzt ist.

50) Aufgabe. Den Schwerpunkt eines Meridiankeils der Kugel zu bestimmen.

Auflösung. In Bezug auf  $DE$  ist das statische Moment der