Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

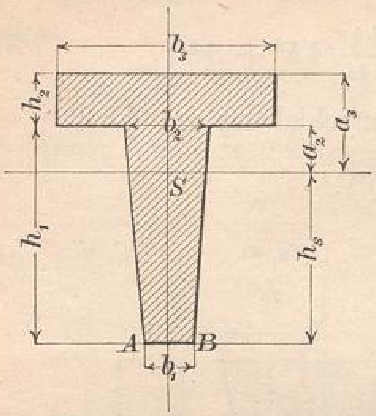
Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Regelmässiges n-Eck.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Fig. 70.



64) Trapezförmiger **T**-Träger.
Nach Nr. 4) ist

$$h_s = \frac{h_1^2\left(b_1 + 2\,b_2\right) + \left(2\,h_1 + h_2\right) 3\,b_3 h_2}{3\left[\left(b_1 + b_2\right) h_1 + 2\,b_3\,h_2\right]}.$$

In Bezug auf AB giebt das Trapez wie vorher $\frac{h^3}{12}(b_1 + 3\,b_2)$, also in Bezug auf die Schwerpunktsachse

$$\frac{h_1^3}{12}\left(b_1 + 3\,b_2\right) - h_s^2\,\frac{b_1 + b_2}{2}.$$

Das Rechteck giebt $\frac{b_3}{3}\left(a_3^3 - a_2^3\right)$, also wird

$$T_1 = \frac{h_1^3}{12}\left(b_1 + 3\,b_2\right) - h_s^2\,\frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{b_3}{3}\left(a_3^3 - a_2^3\right).$$

Das andere Moment wird

$$T_2 = \frac{h_2\,b_3^3}{12} + \frac{h_1}{48}\left[b_1^3 + b_1^2 b_2 + b_1 b_2^2 + b_2^3\right].$$

65) Regelmäfsiges n-Eck.

Aus dem polaren Trägheitsmomente des gleichschenkligen Dreiecks für die Spitze folgt für das regelmäfsige n-Eck mit Seite b und Radius ϱ des einbeschriebenen Kreises das polare Trägheitsmoment

$$T_p = \frac{n\,b\,\varrho}{48}\left(12\,\varrho^2 + b^2\right),$$

Fig. 71.

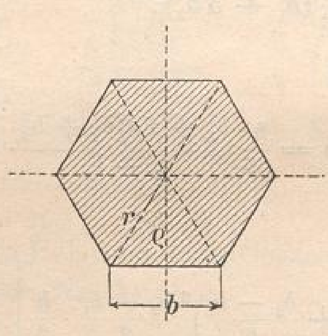
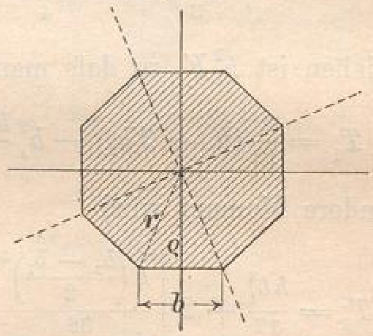


Fig. 72.



folglich sind für jede Symmetrieachse (wie später gezeigt wird sogar für jede beliebige Schwerpunktsachse) die Trägheitsmomente

$$T_1 = T_2 = \frac{n\,b\,\varrho}{96}\left(12\,\varrho^2 + b^2\right).$$

Dadurch erhält man folgende Reihe von axialen Trägheitsmomenten, die für jede Schwerpunktsachse der regelmäſsigen Vielecke gelten:

a) regelmäſsiges Dreieck: $T = \frac{b^4}{96}\sqrt{3}$, denn hier ist $\varrho = \frac{b}{6}\sqrt{3}$

b) „ Viereck: $T = \frac{b^4}{12}$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}$

c) „ Sechseck: $T = \frac{5\,b^4}{16}\sqrt{3}$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}\sqrt{3}$

d) „ Achteck: $T = \frac{b^4}{12}(11 + 8\sqrt{2})$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})$.

So könnte man fortfahren. — Beim Achteck z. B. gestaltet sich die Rechnung folgendermaſsen:

$$T = \frac{8b}{96}\,\frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})\left[12\,\frac{b^2}{4}(1 + \sqrt{2})^2 + b^2\right]$$

$$= \frac{b^4}{24}(1 + \sqrt{2})\left[3\,(1 + 2 + 2\sqrt{2}) + 1\right] = \frac{b^4}{24}(1 + \sqrt{2})(10 + 6\sqrt{2})$$

$$= \frac{b^4}{12}(1 + \sqrt{2})(5 + 3\sqrt{2}) = \frac{b^4}{12}(5 + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6)$$

$$= \frac{b^4}{12}(11 + 8\sqrt{2}).$$

Führt man in die Formel des n-Ecks den Umfang $u = \frac{b}{n}$ ein, so geht sie über in

$$T_1 = T_2 = \frac{n\,\frac{u}{n}\,\varrho}{96}\left(12\,\varrho^2 + \frac{u^2}{n^2}\right) = \frac{u\varrho}{96}\left(12\,\varrho^2 + \frac{u^2}{n^2}\right).$$

66) Kreisfläche. Für $n = \infty$ folgt aus der Formel für das regelmäſsige n-Eck, wenn man $u = 2\,\varrho\pi$ einsetzt,

$$\frac{2\,\varrho\pi\varrho}{96}(12\,\varrho^2 + 0) = \frac{\varrho^4\pi}{4},$$

oder, wenn man den Durchmesser d einführt,

$$T = \frac{\pi d^4}{64},$$

dagegen, wie in Nr. 42,

$$T_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Fig. 73.

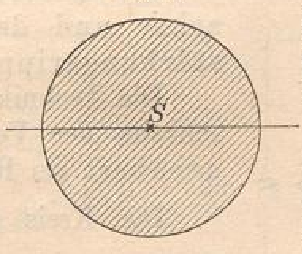
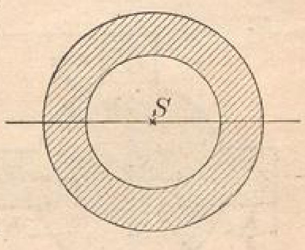


Fig. 74.



67) Fläche des concentrischen Kreisrings (Hohlsäule).

$$T = \frac{\pi}{64}\left(d^4 - d_1^4\right), \quad T_p = \frac{\pi}{32}\left(d^4 - d_1^4\right).$$