UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Kreisfläche und Kreisring.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

Dadurch erhält man folgende Reihe von axialen Trägheitsmomenten, die für jede Schwerpunktsachse der regelmäſsigen Vielecke gelten:

a) regelmäſsiges Dreieck: $T = \frac{b^4}{96}\sqrt{3}$, denn hier ist $\varrho = \frac{b}{6}\sqrt{3}$

b) „ Viereck: $T = \frac{b^4}{12}$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}$

c) „ Sechseck: $T = \frac{5\,b^4}{16}\sqrt{3}$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}\sqrt{3}$

d) „ Achteck: $T = \frac{b^4}{12}(11 + 8\sqrt{2})$, „ „ „ $\varrho = \frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})$.

So könnte man fortfahren. — Beim Achteck z. B. gestaltet sich die Rechnung folgendermaſsen:

$$T = \frac{8b}{96}\,\frac{b}{2}(1 + \sqrt{2})\left[12\,\frac{b^2}{4}(1 + \sqrt{2})^2 + b^2\right]$$

$$= \frac{b^4}{24}(1 + \sqrt{2})\left[3\,(1 + 2 + 2\sqrt{2}) + 1\right] = \frac{b^4}{24}(1 + \sqrt{2})(10 + 6\sqrt{2})$$

$$= \frac{b^4}{12}(1 + \sqrt{2})(5 + 3\sqrt{2}) = \frac{b^4}{12}(5 + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6)$$

$$= \frac{b^4}{12}(11 + 8\sqrt{2}).$$

Führt man in die Formel des n-Ecks den Umfang $u = \frac{b}{n}$ ein, so geht sie über in

$$T_1 = T_2 = \frac{n\frac{u}{n}\varrho}{96}\left(12\,\varrho^2 + \frac{u^2}{n^2}\right) = \frac{u\varrho}{96}\left(12\,\varrho^2 + \frac{u^2}{n^2}\right).$$

66) Kreisfläche. Für $n = \infty$ folgt aus der Formel für das regelmäſsige n-Eck, wenn man $u = 2\,\varrho\pi$ einsetzt,

$$\frac{2\,\varrho\pi\varrho}{96}(12\,\varrho^2 + 0) = \frac{\varrho^4\pi}{4},$$

oder, wenn man den Durchmesser d einführt,

$$T = \frac{\pi d^4}{64},$$

dagegen, wie in Nr. 42,

$$T_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Fig. 73.

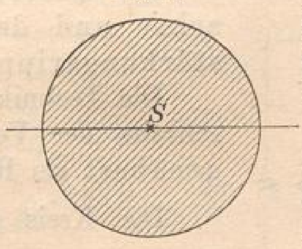
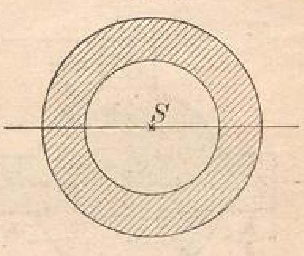


Fig. 74.



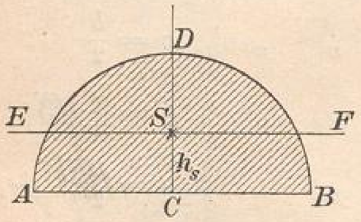
67) Fläche des concentrischen Kreisrings (Hohlsäule).

$$T = \frac{\pi}{64}\left(d^4 - d_1^4\right), \quad T_p = \frac{\pi}{32}\left(d^4 - d_1^4\right).$$

68) Fläche des Halbkreises.

Nach Nr. 6) ist $h_s = \frac{4r}{3\pi}$, in Bezug auf AB ist nach vorigem Beispiele

Fig. 75.



$$T = \frac{\pi d^4}{128} = \frac{\pi r^4}{8}.$$

Demnach wird für EF

$$T_1 = \frac{\pi r^4}{8} - h_s^2 \frac{r^2 \pi}{2}$$

$$= \frac{\pi r^4}{8} - \frac{16 r^2}{9 \pi^2} \frac{r^2 \pi}{2} = \frac{\pi r^4}{8} - \frac{8 r^4}{9 \pi}$$

oder

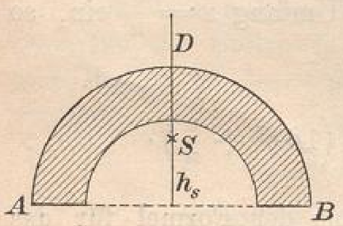
$$T_1 = r^4 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) = d^4 \left(\frac{\pi}{128} - \frac{1}{18\pi}\right). \quad \text{(Abgerundet } T_1 = 0{,}11\, r^4.)$$

Dagegen ist $T_2 = \frac{\pi r^4}{8}$, also

$$T_p = r^4 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) + \frac{\pi r^4}{8} = r^4 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{8}{9\pi}\right).$$

69) Fläche des halben concentrischen Kreisrings (Halbsäule).

Fig. 76.



Nach Nr. 6) ist $h_s = \frac{4(r^3 - r_1^3)}{3\pi (r^2 - r_1^2)}$, außerdem für AB

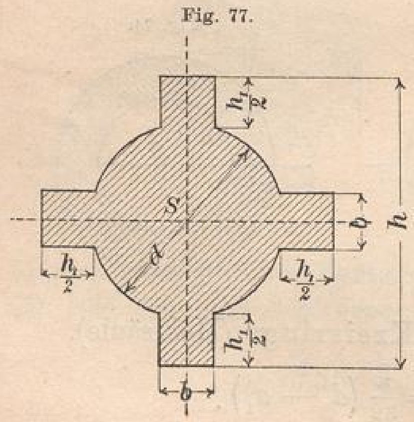
$$T = \frac{\pi}{8}(r^4 - r_1^4),$$

folglich

$$T_1 = \frac{\pi}{8}\left(r^4 - r_1^4\right) - h_s^2 \pi \frac{r^2 - r_1^2}{2},$$

$$T_2 = \frac{\pi}{8}\left(r^4 - r_1^4\right), \quad T_p = \frac{\pi}{4}\left(r^4 - r_1^4\right) - h_s^2 \pi \frac{r^2 - r_1^2}{2}.$$

Fig. 77.



70) Querschnitt der Flügelachse und der Säule mit Verstärkungsrippen.

Die Technik betrachtet die Querschnitte der Verstärkungsrippen angenähert als Rechtecke.

Der Kreis giebt $\frac{\pi d^4}{64}$, die senkrecht stehenden Rechtecke nach der Formel für einfache Gurtungen $\frac{b}{12}(h^3 - d^3)$, die horizontal liegenden