Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Trägheits- und Widerstandsmomente für Träger und Säulen.

Einflufs sehr grofs werden. Die Nieten werden in möglichst geringer Zahl in denselben Querschnitt gelegt, damit die Festigkeit nicht zu stark vermindert werde. In den Zeichnungen ist dies durch Schraffierung angedeutet.

Fig. 86 d.

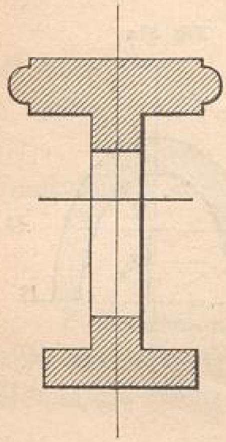
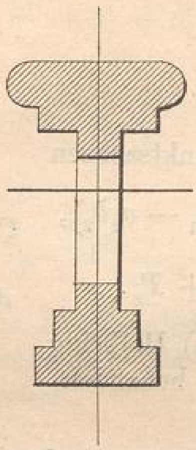


Fig. 86 e.



Die nachstehenden Übungsaufgaben sollen nicht etwa die Festigkeitslehre ersetzen, sondern sie setzen diese voraus. Es soll nur gezeigt werden, wie mannigfaltig die Anwendung der bisher erläuterten Begriffe ist. Die Mafse sind in Millimetern gegeben. Neuerdings wird auch mit Centimetern gerechnet.

80) **Aufgabe.** Bei einem T-Träger sei $h_1 = 160$ mm, $h_2 = 20$ mm, $b_1 = 20$ mm, $b_2 = 100$ mm. Wie grofs ist das wichtigste Trägheitsmoment und wie grofs sind die Widerstandsmomente (oder Querschnittsmoduln)?

Auflösung. $y_s' = 115$ mm, also $y_s'' = 65$ mm, $T_s = 17\,040\,000$, $W_1 = \frac{T_s}{y_s'} = 262\,200$, $W_2 = \frac{T_s}{y_s''} = 148\,200$.

81) **Aufgabe.** Bei einem I-Träger sei die Gesamthöhe $h = 400$ mm, die Teilhöhen $h_1 = 368$ mm, $h_2 = 16$ mm, aufserdem $b = 140$ mm, $b_2 = 16$ mm, also $b - b_2 = b_1 = 124$ mm. Wie grofs T_s und W?

Auflösung. $y_s = 200$ mm, $T_s = 231\,690\,000$, $W_1 = W_2 = 1\,158\,000$.

82) **Aufgabe.** Bei einem ⊓-Eisen sei $h = 100$ mm, $h_1 \doteq 80$ mm, also $h_2 = 20$ mm; $b = 20$ mm, $b_1 = 200$ mm, also $b_2 = 160$ mm. Wie grofs T_s, W_1 und W_2?

Auflösung. $y_s' = 32$ mm, $y_s'' = 68$ mm, $T_s = 6\,390\,000$, $W_1 = 197\,000$, $W_2 = 93\,970$.

83) **Aufgabe.** Bei dem ∧-Eisen der Fig. 65 sei $b = 100$ mm, $b_2 = 20$ mm. Wie grofs T_s, W_1 und W_2?

Auflösung. $y_s' = 46$ mm, $y_s'' = 39$ mm, $T_s = 1\,360\,000$, $W_1 = 29\,600$, $W_2 = 34\,900$.

84) **Aufgabe.** Eine schmiedeeiserne Achse von 2 m Länge soll bei einer zulässigen Spannung von 5 kg eine Last von 20 000 kg in der Mitte tragen. Wie stark ist sie bei kreisförmigem Querschnitt zu nehmen?

Die Festigkeitslehre giebt die elementar abzuleitende Gleichung $\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = W \cdot S$. Daraus folgt $\frac{Pl}{4} = \frac{\pi d^3}{32} S$, also

$$d = \sqrt[3]{\frac{8Pl}{\pi S}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 20000 \cdot 2000}{\pi \cdot 5}} = \sim 274 \text{ mm}.$$

85) **Aufgabe.** Ein I-Träger von den Dimensionen $h = 400$ mm, $h_2 = 30$ mm, also $h_1 = 340$ mm, $b = 200$ mm, $b_2 = 25$ mm, also $b_1 = b - b_2 = 175$ mm, habe 6 m Länge. Wie stark darf er, zweifach frei aufliegend, in der Mitte belastet werden, wenn die zulässige Spannung 7,5 kg betragen darf?

Auflösung. Die Festigkeitslehre giebt die Traggleichung $P = \frac{4SW}{l}$, und zwar ist $W = \frac{bh^3 - b_1 h_1^3}{6h} = 2\,468\,000$. Es folgt $P = \backsim 12\,340$ kg.

86) **Aufgabe.** Eine schmiedeiserne Achse von 2 m Länge und 274 mm Durchmesser sei bis zur Hälfte des Radius ausgebohrt. Wie stark darf sie bei 5 kg zulässiger Spannung belastet werden?

Auflösung. Zunächst ist $W = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{32d} = 1\,890\,000$. $P = \frac{4WS}{l}$ giebt 18 900 kg.

87) **Bemerkung.** Bei gleichmäfsiger Belastung über die ganze Länge gilt für den frei aufliegenden Träger die Formel $P = \frac{8SW}{l}$. Der Krümmungsradius des Trägers wird an jeder Stelle berechnet aus $\varrho = \frac{TE}{M} = \frac{aE}{S}$, wo T das Trägheitsmoment, E der Elastizitätsmodul des Materials, M das biegende Moment ist.

Hat z. B. ein schmiedeiserner Freiträger rechteckigen Querschnitts von $b = 50$ mm und $h = 90$ mm am freien Ende die dem Tragmodul entsprechende Probelastung ($S = 15$ kg), so ist $\varrho = \frac{45 \cdot 20000}{15} = 60000$ mm $= 60$ m.

Für die Strebfestigkeit giebt die elementare Annäherungsmethode $P = \frac{2JE}{l^2}$, die genauere Eulersche Methode $P = \frac{\pi^2}{4}\frac{JE}{l^2}$ für den sogenannten ersten Fall.

88) **Aufgabe.** Der Querschnitt einer hohlen Säule mit vier Verstärkungsrippen habe die Dimensionen $d = 200$ mm, $d_1 = 160$ mm, also Wandstärke $\delta = 20$ mm, ferner sei für die Rippen $b = 20$ mm, $h = 60$ mm. Wie grofs ist das Trägheitsmoment T?

Auflösung.

$$T = \frac{\pi}{64}(200^4 - 160^4) + \frac{20}{12}\left[(200 + 120)^3 - 200^3\right] + \frac{120}{12} \cdot 20^3$$
$$= 87\,731\,000.$$

89) **Aufgabe.** Ein Schleifstein habe den Radius $r = 1$ m und das Gewicht 1000 kg. Wieviel Drehungsenergie besitzt er bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung. Bei einer Umdrehung in der Sekunde ist die Energie

$$E_1 = m\frac{r^2}{2}\frac{\vartheta^2}{2} = \frac{1000}{9{,}81}\frac{1^2}{2}\frac{4\pi^2}{2} = 1006 \text{ mkg},$$

bei 2 Umdrehungen

$$E_2 = 4 \cdot 1006 = 4024 \text{ mkg},$$

bei 3 Umdrehungen

$$E_3 = 9 \cdot 1006 = 9054 \text{ mkg}.$$

90) **Aufgabe.** Ein Schwungring wiege 20 000 kg und habe die Radien $r = 4$ m und $r_1 = 3{,}6$ m bei einfach rechteckigem Querschnitt. Wie grofs ist seine Drehungswucht (Energie) bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung.

$$T = \frac{m \cdot (r^2 + r_1^2)}{2},$$

folglich

$$E_1 = \frac{m(r^2 + r_1^2)}{2}\frac{4\pi^2}{2} = \frac{20\,000}{9{,}81} \cdot \frac{4^2 + 3{,}6^2}{2} \cdot \frac{4\pi^2}{2} = 582\,720 \text{ mkg},$$

demnach

$$E_2 = 4 \cdot 582\,720 = 2\,330\,880 \text{ mkg}, \quad E_3 = 9 \cdot 582\,720 = 5\,244\,480 \text{ mkg}.$$

91) **Aufgabe.** Ein Schwungring habe die Radien $r = 3$ m und $r_1 = 2{,}8$ m und das Gewicht 10 000 kg. Jeder der sechs Radarme wiege 300 kg, je zwei davon mögen als ein Rechteck von der Diagonale $d = 2\,r_1$ betrachtet werden. Wie grofs ist die Drehungswucht bei 1, 2, 3 Umdrehungen in der Sekunde?

Auflösung.

$$T = \frac{m_1(r^2 + r_1^2)}{2} + 3 \cdot 600 \cdot \frac{m_2}{12}(2r_1)^2,$$

wo

$$m_1 = \frac{10\,000}{9{,}81}, \quad m_2 = \frac{600}{9{,}81}$$

ist. Es wird

$$E_1 = 26\,400 \text{ mkg}, \quad E_2 = 105\,600 \text{ mkg}, \quad E_3 = 237\,600 \text{ mkg}.$$

92) **Bemerkung.** Wirken an einer irgendwie gestalteten Scheibe drehende Kräfte $p_1, p_2, p_3 \ldots$ an den Radien $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \ldots$ und ist T das gesamte Trägheitsmoment, so wird die dem Radius 1 entsprechende Winkelbeschleunigung