# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1897**

Beschleunigung drehender Massen.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

$$\gamma = \frac{\Sigma p \varrho}{T}$$

und die Bewegungsformeln, die den drei Fallformeln entsprechen, werden

$$\vartheta = \gamma t, \quad \widehat{w} = \tfrac{1}{2}\gamma t^2, \quad \vartheta = \sqrt{2\gamma \widehat{w}}.$$

93) **Aufgabe.** Um die Achse einer Kreisscheibe sei ein Faden geschlungen, der am freien Ende festgehalten werde, so dass die Scheibe nur drehend fallen kann. Wie schnell fällt sie und wie grofs ist die Fadenspannung?

**Auflösung.** Arbeit der Schwerkraft gleich der Energiesumme aus der fortschreitenden und drehenden Bewegung, also

$$m\frac{v^2}{2} + T\frac{\vartheta^2}{2} = ph.$$

Die Drehungsgeschwindigkeit am Achsenradius $\varrho$ ist gleich der Fallgeschwindigkeit $v$, folglich ist die erstere, am Radius 1 gemessen, $\vartheta = \frac{v}{\varrho}$, also wird

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{T}{2}\frac{v^2}{\varrho^2} = ph,$$

die dritte Fallformel wird also

$$v = \sqrt{2\left(\frac{m\varrho^2}{m\varrho^2 + T}g\right)h},$$

so dafs, wie aus $v = \sqrt{2g_1 h}$ folgt, die Beschleunigung des Falles wird

$$g_1 = \frac{m\varrho^2}{m\varrho^2 + T}g.$$

Die Fadenspannung wird gleich $g - g_1$.

94) **Aufgabe.** Eine Kreisscheibe werde mit den Achsenenden auf zwei schräge Leisten gelegt und rolle so, ohne zu gleiten, auf schiefer Ebene herab. Welcher Art ist die Bewegung?

**Auflösung.** Wie vorher wird

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2}{2}\frac{v^2}{2\varrho^2} = mgh$$

oder

$$\frac{v^2}{2}\frac{2\varrho^2 + r^2}{2\varrho^2} = gh,$$

also

$$v = \sqrt{2\left(\frac{2\varrho^2}{r^2 + 2\varrho^2}g\right)h} = \sqrt{2\left(\frac{2\varrho^2}{r^2 + 2\varrho^2}g \sin\alpha\right)l},$$

wo $l$ die Länge, $\alpha$ den Neigungswinkel der schiefen Ebene bedeutet. Die fortschreitende Bewegung hat also die Beschleunigung

$$g_1 = \frac{2\varrho^2 \sin\alpha}{r^2 + 2\varrho^2} g.$$

95) **Aufgabe.** Eine Rechtecksscheibe schwinge als Pendel um eine senkrecht auf ihr stehende, durch den obersten Punkt der Mittellinie gehende Achse. Wie grofs ist die Schwingungsdauer?

**Auflösung.** Für ein mathematisches Pendel ist $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, hier ist $l = \frac{T_A}{M_A}$, wo $T_A$ das polare Trägheitsmoment in Bezug auf den Drehungspunkt $A$, $M_A$ das statische Moment in Bezug auf diesen Punkt bedeutet, also

$$l = \frac{m\frac{d^2}{12} + m\left(\frac{h}{2}\right)^2}{m\frac{h}{2}} = \frac{d^2 + 3h^2}{6h},$$

wo $d$ die Diagonale des Rechtecks ist. Also wird

$$t = \pi\sqrt{\frac{d^2 + 3h^2}{6gh}}.$$

96) **Aufgabe.** Ein Pendel bestehe aus einer Scheibe vom Radius $r$ und dem Gewicht $p_1$ und einer Stange von der Länge $l$ und dem Gewicht $p_2$. Wie schwingt es?

**Auflösung.** Wird die Stange als Rechtecksscheibe betrachtet, so ist für sie in Bezug auf den obersten Punkt

$$T_2 = \frac{m_2 d^2}{12} + m_2\left(\frac{h}{2}\right)^2.$$

Ist das Rechteck sehr schmal, so ist $d = h$ zu setzen und man erhält

$$T_2 = \frac{m_2 h^2}{12} + m_2\frac{h^2}{4} = m_2\frac{h^2}{3} = m_2\frac{l^2}{3}.$$

Für die Scheibe ist

$$T_1 = \frac{m_1 r^2}{2} + m_1(r + l)^2 = \frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r + l)^2].$$

Das gesamte Trägheitsmoment also wird

$$\frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r + l)^2] + m_2\frac{l^2}{3}.$$

Das statische Moment wird $m_1(r + l) + m_2 \cdot \frac{l}{2}$, folglich ist die reducierte Pendellänge