Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Schwingungen physischer Pendel.

wo l die Länge, α den Neigungswinkel der schiefen Ebene bedeutet. Die fortschreitende Bewegung hat also die Beschleunigung

$$g_1 = \frac{2\varrho^2 \sin\alpha}{r^2 + 2\varrho^2} g.$$

95) **Aufgabe.** Eine Rechtecksscheibe schwinge als Pendel um eine senkrecht auf ihr stehende, durch den obersten Punkt der Mittellinie gehende Achse. Wie grofs ist die Schwingungsdauer?

Auflösung. Für ein mathematisches Pendel ist $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, hier ist $l = \frac{T_A}{M_A}$, wo T_A das polare Trägheitsmoment in Bezug auf den Drehungspunkt A, M_A das statische Moment in Bezug auf diesen Punkt bedeutet, also

$$l = \frac{m\frac{d^2}{12} + m\left(\frac{h}{2}\right)^2}{m\frac{h}{2}} = \frac{d^2 + 3h^2}{6h},$$

wo d die Diagonale des Rechtecks ist. Also wird

$$t = \pi\sqrt{\frac{d^2 + 3h^2}{6gh}}.$$

96) **Aufgabe.** Ein Pendel bestehe aus einer Scheibe vom Radius r und dem Gewicht p_1 und einer Stange von der Länge l und dem Gewicht p_2. Wie schwingt es?

Auflösung. Wird die Stange als Rechtecksscheibe betrachtet, so ist für sie in Bezug auf den obersten Punkt

$$T_2 = \frac{m_2 d^2}{12} + m_2\left(\frac{h}{2}\right)^2.$$

Ist das Rechteck sehr schmal, so ist $d = h$ zu setzen und man erhält

$$T_2 = \frac{m_2 h^2}{12} + m_2\frac{h^2}{4} = m_2\frac{h^2}{3} = m_2\frac{l^2}{3}.$$

Für die Scheibe ist

$$T_1 = \frac{m_1 r^2}{2} + m_1(r + l)^2 = \frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r + l)^2].$$

Das gesamte Trägheitsmoment also wird

$$\frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r + l)^2] + m_2\frac{l^2}{3}.$$

Das statische Moment wird $m_1(r + l) + m_2 \cdot \frac{l}{2}$, folglich ist die reducierte Pendellänge

$$l = \frac{T}{M} = \frac{\frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r+l)^2] + m_2\frac{l^2}{3}}{m_1(r+l) + m_2\frac{l}{3}} = \frac{3p_1[r^2 + 2(r+l)^2] + 2m_2 l^2}{3[2m_1(r+l) + m_2 l]}.$$

Dies ist in $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ einzusetzen.

97) **Aufgabe.** Eine kurze cylindrische Triebwelle soll bei zulässiger Schubspannung S ein Moment $P \cdot R$ (in Kilogrammen und Millimetern) übertragen. Wie stark ist sie zu nehmen?

Auflösung. Die Festigkeit giebt die Traggleichung $PR = SW_p$, wo $W_p = \frac{1}{r}T_p$ ist. Also:

$$PR = S \cdot \frac{\pi d^4}{32} \cdot \frac{2}{d} = \frac{S\pi d^3}{16}.$$

Demnach mufs werden

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\,PR}{\pi S}}.$$

Beispiel. Sind 10 000 kg am Kurbelradius 500 mm wirkend zu übertragen, und ist 6 kg pro qmm die zulässige Spannung, so wird $d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10\,000 \cdot 500}{\pi \cdot 6}} = \sim 162$ mm. Läfst man nur 4 kg Spannung zu, so wird $d = 204$ mm.

98) **Bemerkung.** Die Kraft P wirke stets am Radius R, dann ist die Leistung bei einer Umdrehung $2R\pi P$ in Millimeter-Kilogrammen, bei n minutlichen Umdrehungen hat man das n-fache, also auf die Sekunde reduciert die Arbeit $\frac{n \cdot 2R\pi P}{60}$. Dividiert man durch 75 000, so hat man die Leistung in Pferdestärken. Ist die Anzahl der letzteren N, so ist also $N = \frac{2R\pi Pn}{60 \cdot 75\,000}$, also

$$PR = 716\,200\,\frac{N}{n}.$$

Setzt man dies in die letzte Formel ein, so folgt als Wellenstärke

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716\,200}{\pi S}\,\frac{N}{n}}.$$

99) **Aufgabe.** Eine kurze schmiedeiserne Welle soll 200 Pferdestärken bei 120 Touren übertragen. Wie stark mufs sie genommen werden, wenn 6 kg Spannung zugelassen werden?

Auflösung.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716\,200}{\pi \cdot 6} \cdot \frac{200}{120}} = \sim 100 \text{ mm}.$$