Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Cylindrische Triebwellen.

$$l = \frac{T}{M} = \frac{\frac{m_1}{2}[r^2 + 2(r+l)^2] + m_2 \frac{l^2}{3}}{m_1(r+l) + m_2 \frac{l}{3}} = \frac{3 p_1 [r^2 + 2(r+l)^2] + 2 m_2 l^2}{3[2 m_1 (r+l) + m_2 l]}.$$

Dies ist in $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ einzusetzen.

97) **Aufgabe.** Eine kurze cylindrische Triebwelle soll bei zulässiger Schubspannung S ein Moment $P \cdot R$ (in Kilogrammen und Millimetern) übertragen. Wie stark ist sie zu nehmen?

Auflösung. Die Festigkeit giebt die Traggleichung $PR = S W_p$, wo $W_p = \frac{1}{r} T_p$ ist. Also:

$$PR = S \cdot \frac{\pi d^4}{32} \cdot \frac{2}{d} = \frac{S \pi d^3}{16}.$$

Demnach mufs werden

$$d = \sqrt[3]{\frac{16\, PR}{\pi S}}.$$

Beispiel. Sind 10 000 kg am Kurbelradius 500 mm wirkend zu übertragen, und ist 6 kg pro qmm die zulässige Spannung, so wird $d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 10\,000 \cdot 500}{\pi \cdot 6}} = \sim 162$ mm. Läfst man nur 4 kg Spannung zu, so wird $d = 204$ mm.

98) **Bemerkung.** Die Kraft P wirke stets am Radius R, dann ist die Leistung bei einer Umdrehung $2 R \pi P$ in Millimeter-Kilogrammen, bei n minutlichen Umdrehungen hat man das n-fache, also auf die Sekunde reduciert die Arbeit $\frac{n \cdot 2 R \pi P}{60}$. Dividiert man durch 75 000, so hat man die Leistung in Pferdestärken. Ist die Anzahl der letzteren N, so ist also $N = \frac{2 R \pi P n}{60 \cdot 75\,000}$, also

$$PR = 716\,200 \frac{N}{n}.$$

Setzt man dies in die letzte Formel ein, so folgt als Wellenstärke

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716\,200}{\pi S} \frac{N}{n}}.$$

99) **Aufgabe.** Eine kurze schmiedeiserne Welle soll 200 Pferdestärken bei 120 Touren übertragen. Wie stark mufs sie genommen werden, wenn 6 kg Spannung zugelassen werden?

Auflösung.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716\,200}{\pi \cdot 6} \cdot \frac{200}{120}} = \sim 100 \text{ mm}.$$

100) **Aufgabe.** Die Panzerfregatte „König Wilhelm“ hat eine Maschine von 8325 indicierten Pferdestärken bei 63,86 Touren. Wie stark müfste die schmiedeiserne Schraubenwelle zu nehmen sein bei 6 kg zulässiger Spannung?

Auflösung.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716\,200}{\pi \cdot 6} \cdot \frac{8325}{63{,}86}} = \sim 430 \text{ mm.}$$

Der Erbauer hat 457 mm genommen.

101) **Bemerkung.** Die Lehre von der Drehungsfestigkeit zeigt elementar, dafs die Verdrehung in Graden

$$\vartheta = \frac{360\, l S}{d \pi G}$$

wird, wenn l die Länge der Welle in Millimetern, S die Randspannung, d der Durchmesser und G der sogenannte Gleitungsmodul $\left(\frac{2}{5}\right.$ des Elasticitätsmoduls$\left.\right)$ ist. Nach Nr. 97) ist aber $S = \frac{16\, PR}{\pi d^3}$, setzt man dies in die vorige Gleichung ein, so wird

$$\vartheta = \frac{360 l\, 16\, PR}{d^4 \pi^2 G}, \quad \text{also} \quad d = \sqrt[4]{\frac{360 l\, 16\, PR}{\vartheta \pi^2 G}},$$

oder, wenn man die Tourenzahl und die Zahl der Pferdestärken einsetzt,

$$\vartheta = \frac{360 l\, 16 \cdot 716\,200}{d^4 \pi^2 G} \frac{N}{n}, \quad \text{also} \quad d = \sqrt[4]{\frac{360 l\, 16 \cdot 716\,200}{\vartheta \pi^2 G} \frac{N}{n}}.$$

Setzt man nun fest, dafs die Verdrehung einer längeren Transmissionswelle höchstens $\frac{1}{4}$ Grad auf das laufende Meter betragen soll, so ist für ϑ der Werth $\frac{1}{4}$, für l der Wert 1000 einzusetzen. Dann folgt als nötige Wellenstärke

$$d = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 360 \cdot 1000 \cdot 16\, PR}{\pi^2 G}},$$

oder, wenn Pferdestärken und Tourenzahlen eingesetzt werden,

$$d = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 360 \cdot 1000 \cdot 16 \cdot 716\,200}{\pi^2 G} \cdot \frac{N}{n}}.$$

102) **Aufgabe.** Eine schmiedeiserne Welle habe 5 m Länge und 120 mm Dicke, die Randspannung sei 6 kg. Um wieviel Grad verdreht sie sich dabei, und um wieviel auf das laufende Meter? ($G = 8000$ zu setzen.)

Auflösung.

$$\vartheta = \frac{360\, l S}{d \pi G} = \frac{360 \cdot 5000 \cdot 6}{120 \cdot \pi \cdot 8000} = \sim 3{,}58^0,$$

also um $0{,}716^0$ auf das laufende Meter.

103) **Aufgabe.** Eine schmiedeiserne Welle von 4 m Länge soll eine Kraft von 5000 kg am Radius 500 mm übertragen. Ihre Dicke sei 150 mm. Um wieviel Grad verdreht sie sich?

Auflösung.

$$\vartheta = \frac{360\, l\, 16\, P R}{d^4 \pi^2 G} = \frac{360 \cdot 4000 \cdot 16 \cdot 5000 \cdot 500}{150^4 \cdot \pi^2 \cdot 8000} = 1{,}44^0,$$

also um $0{,}36^0$ auf das laufende Meter.

104) **Aufgabe.** Eine schmiedeiserne Welle übertrage bei einer Länge von 3 m und einer Dicke von 200 mm 300 Pferdestärken bei 100 Touren. Um wieviel verdreht sie sich?

Auflösung.

$$\vartheta = \frac{360\, l\, 16 \cdot 716\,200}{d^4 \pi^2 G} \frac{N}{n} = \frac{360 \cdot 3000 \cdot 16 \cdot 716\,200 \cdot 300}{200^4 \cdot \pi^2 \cdot 8000} = 0{,}3^0,$$

also $0{,}1^0$ auf das laufende Meter.

105) **Aufgabe.** Eine schmiedeiserne Transmissionswelle soll bei $\frac{1}{4}$ Grad Verdrehung auf das laufende Meter 10 000 kg am Kurbelradius 500 mm übertragen. Wie stark ist sie zu nehmen?

Auflösung.

$$d = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 360 \cdot 1000 \cdot 16 \cdot 10000 \cdot 500}{\pi^2 \cdot 8000}} = \sim 195 \text{ mm}.$$

106) **Aufgabe.** Eine Schiffsschraubenwelle soll 10 000 Pferdestärken bei 70 Touren übertragen. Wie stark fällt sie aus bei der Berechnung auf Verdrehung $\frac{1}{4}$ Grad auf das laufende Meter? Wie stark bei Festigkeitsberechnung und 6 kg zulässiger Spannung?

Auflösung.

$$d = 415{,}6 \text{ mm bezw. } 442{,}85 \text{ mm}.$$

Letzteres ist zu wählen.

107) Bezüglich der Wellen von nicht kreisförmigem Querschnitt sei darauf hingedeutet, daſs man die polaren Trägheitsmomente, wie St. Venant bewiesen hat, nicht ohne weiteres anwenden darf. Der Grund liegt darin, daſs die Querschnitte bei der Verdrehung nicht

eben bleiben, was beim Kreisquerschnitt unter gewissen Voraussetzungen als richtig angenommen werden darf. Dagegen behalten die polaren Trägheitsmomente für andere dynamische Fragen ihre Bedeutung vollkommen bei.

108) Bezüglich der Biegungsfestigkeit sei noch hingewiesen auf die Zapfenberechnungen, auf die Profilbestimmung für Körper von überall gleicher Biegungsfestigkeit, z. B. auf die Kernkörper der Balanciers, Krummzapfen, Flügelachsen, Konsolen und dgl., auf die Formengebung der Haken, auf die Querschnitte gleicher Festigkeit für Gufseisen und anderes Material, bei dem die Tragmoduln für Zug und Druck verschieden sind. Auch hinsichtlich der Strebfestigkeit treten Profilbestimmungen entsprechender Art auf. Dies alles findet sich in den besseren Lehrbüchern über Festigkeit und Elasticität.

Es empfiehlt sich, für die gebräuchlichsten Querschnitte eine Tabelle anzufertigen, in der für jeden der Flächeninhalt, die Schwerpunktslage, das Trägheitsmoment, das Widerstandsmoment u. s. w. anzugeben sind. Jede Formel ist dabei möglichst weit auszurechnen, so dafs z. B. in $\frac{4}{3\pi}r$, $\frac{\pi}{32}d^4$, $\frac{11+8\sqrt{2}}{12}b^4$ die Faktoren von r, d^4 und b^4 durch die entsprechenden Zahlen ersetzt werden. Dabei genügt eine Genauigkeit auf drei Stellen für das praktische Bedürfnis vollkommen.

Reiches Übungsmaterial nebst Resultaten findet man in den Katalogen der Hüttenwerke und in den Tabellen einiger Lehrbücher der Festigkeitslehre.
