Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Anwendung des Centrifugalmoments auf die Schwerpunktsbestimmung abgeschrägter Körper.

113) Anwendung des Centrifugalmomentes auf die Schwerpunktsbestimmung abgeschrägter Körper.

Über einer Fläche F stehe eine senkrechte Säule, die durch eine Ebene von zunächst 45^0 Neigung abgeschrägt werde. Nach Nr. 21) ist ihr Inhalt J gleich dem statischen Momente M_y in Bezug auf die Schnittlinie OB der Schrägebene mit der Grundfläche, und die Schwerpunktsprojektion des Körpers hat nach Nr. 48) von OB die Entfernung

$$x_s = \frac{T_y}{M_y} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{statisches Moment}},$$

wobei beide Momente auf OB bezogen sind.

Die andere Koordinate y_s wird mit Hülfe des Centrifugalmomentes berechnet, wenn man dieses selbständig ermitteln kann. Das statische Moment des Körpers in Bezug auf OA ist nämlich nach Nr. 110)

$$y_s \cdot J = M_{xy},$$

also erhält man

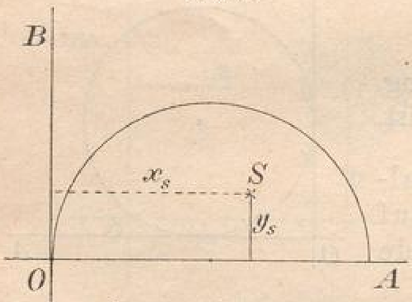
$$y_s = \frac{M_{xy}}{J} = \frac{M_{xy}}{M_y} = \frac{\text{Centrifugalmoment}}{\text{statisches Moment}}.$$

Die Koordinaten y_s und x_s verhalten sich also wie das Centrifugalmoment zum Trägheitsmoment.

In dem genannten Punkte ist auf der Grundfläche F ein Lot bis zur Abschrägungsfläche zu errichten, dessen Höhe gleich x_s wird. In der halben Höhe befindet sich der Körperschwerpunkt.

Ist die Neigung der schrägen Schnittebene nicht 45^0, sondern eine beliebige, so bleiben die Koordinaten für die Projektion des Schwerpunktes dieselben. Die Höhe des zugehörigen Lotes wird $x_s \cdot \operatorname{tang} \alpha$. Im Halbierungspunkte desselben befindet sich der Körperschwerpunkt.

Fig. 91.



Damit ist zugleich die Lage der Resultante des seitlichen Wasserdrucks gegen beliebig gestaltete ebene Flächen vollständig bestimmt.

114) **Aufgabe.** Über einem Halbkreise mit dem Durchmesser OA stehe ein abgeschrägter Körper, dessen Schnittebene durch die Tangente OB geht. Der Schwerpunkt des Körpers soll bestimmt werden.

Auflösung. Die Koordinate x_s für die Projektion des Körperschwerpunktes wird

$$x_s = \frac{T_y}{J} = \frac{T_y}{M_y} = \frac{\frac{r^4\pi}{8} + r^2 \cdot \frac{r^2\pi}{2}}{\frac{r^2\pi}{2} \cdot r} = \frac{5}{4}\, r.$$

Dagegen wird

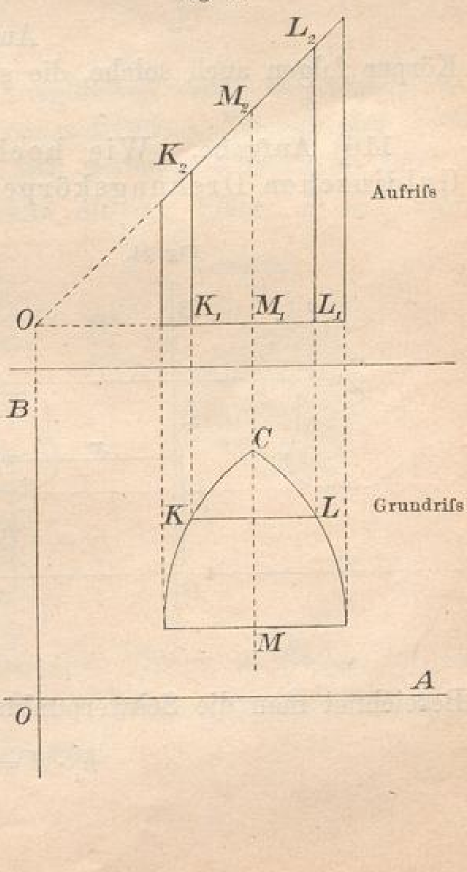
$$y_s = \frac{M_{xy}}{J} = \frac{M_{xy}}{M_y}.$$

Hier handelt es sich um einen Fall, wo das Centrifugalmoment aus Symmetriegründen besser mit Hülfe der andern Abschrägung berechnet wird. Der Inhalt des neuen Körpers wird bei 45° Neigung der Schrägfläche nach Nr. 21) $J = \frac{r^2\pi}{2} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{2}{3}\, r^3$, der Hebelarm für das statische Moment in Bezug auf OB ist r, also ist $M_{xy} = \frac{2}{3}\, r^4$. So folgt schliefslich für den zuerst betrachteten Körper

$$y^s = \frac{\frac{2}{3}\, r^4}{\frac{r^3\pi}{2}} = \frac{4r}{3\pi}.$$

Das an der Stelle x_s, y_s errichtete Lot hat die Höhe $\frac{5}{4}\, r$. In der halben Höhe, d. h. in der Höhe $\frac{5}{8}\, r$, befindet sich der Körperschwerpunkt. Bei anderer Neigung ist mit tang α zu multiplizieren.

Fig. 92.



Der Abstand y_s entspricht dem des Schwerpunktes der Kreisfläche von OA. Es fragt sich, ob dies in allen Symmetriefällen stattfindet; wie sich sofort zeigen wird, ist diese Frage zu bejahen.

115) Der Fall der symmetrischen Fläche. Die im Grundrifs gezeichnete Fläche F sei symmetrisch gegen CM. Jeder Schnitt wie KL erscheint dann im Aufrifs als Trapez $K_1 L_1 L_2 K_2$ mit der Mittellinie $M_1 M_2$. Das Moment dieses Schnittes in Bezug auf OA ist also ebenso grofs, als ob über KL ein Rechteck von der Höhe $M_1 M_2$ stände. Dies gilt für jeden der zu KL parallelen Schnitte, folglich ist das statische Moment des abgeschrägten Körpers in Bezug