Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

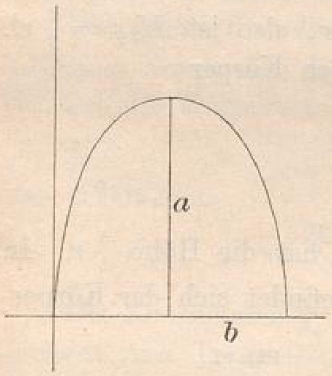
Schwerpunkt Guldinscher Drehungskörper.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

auf OA ebenso grofs, als das der Säule von überall gleicher Höhe $M_1 M_2$. Folglich liegt die Schwerpunktsprojektion für den abgeschrägten Körper in derselben Entfernung y_s, wie bei der gewöhnlichen Säule, d. h. in der Schwerpunktsentfernung der Grundfläche. Dagegen hat x_s für beide Fälle verschiedene Lagen.

Im Falle der Symmetrie ist demnach das Centrifugalmoment besonders leicht zu berechnen. Man multipliziert den Inhalt des über F stehenden Körpers, der durch eine Ebene abgeschrägt ist, die selbst durch eine zur Symmetrieachse Parallele OB geht, mit dem Schwerpunktsabstande der Fläche von der zweiten Achse, so dafs

Fig. 93.



$$M_{xy} = y_s J = y_s M_y$$

ist.

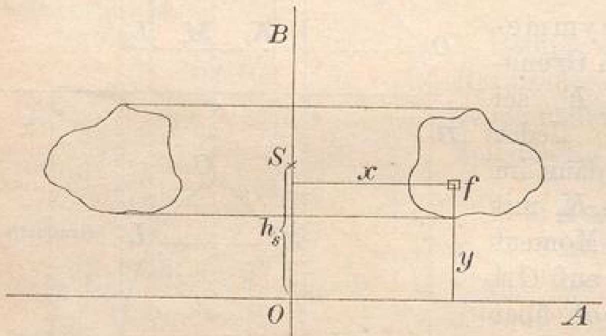
So erhält man z. B. für die vorige Halbkreisaufgabe sofort $M_{xy} = \frac{4r}{3\pi} \cdot \frac{r^3\pi}{2} = \frac{2}{3} r^4$ ohne Benutzung der zweiten Abschrägung. Ebenso folgt für die nebenstehende Halbellipse

$$M_{xy} = \frac{4a}{3\pi} \frac{ab\pi}{2} \cdot b = \frac{2}{3} a^2 b^2.$$

Aus den Anwendungen auf abgeschrägte Körper folgen auch solche, die sich auf Drehungskörper beziehen.

116) **Aufgabe.** Wie hoch liegt der Schwerpunkt eines Guldinschen Drehungskörpers?

Fig. 94.



Auflösung. Das Flächenteilchen f giebt bei der Drehung den Inhalt $2\pi f x$, sein statisches Moment in Bezug auf die durch OA dargestellte Grundebene ist also $2\pi f x y$, das statische Moment des Gesamtkörpers in Bezug auf die Grundebene wird also gleich $2\pi \sum f x y$ oder $2\pi M_{xy}$.

Bezeichnet man die Schwerpunktshöhe mit h_s, so erhält man

$$h_s \cdot J = 2\pi M_{xy}.$$

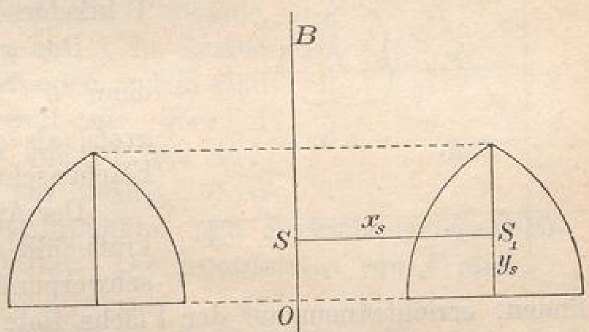
Da nach Guldin $J = 2\varrho\pi F = 2\pi M_y$ ist, wo M_y das statische Moment der Fläche in Bezug auf die Achse OB bedeutet, so wird

$$h_s = \frac{2\pi M_{xy}}{2\pi M_y} = \frac{M_{xy}}{M_y} = \frac{\text{Centrifugalmoment}}{\text{statisches Moment}}.$$

Ebenso hoch liegt der Schwerpunkt für jeden Sektor eines solchen Körpers.

Ist der Sektorwinkel unendlich klein, so kann man den Sektor als abgeschrägten Körper im obigen Sinne betrachten. Darin liegt die Übereinstimmung der Resultate, die sich auch auf den Symmetriefall ausdehnen lassen.

Fig. 95.

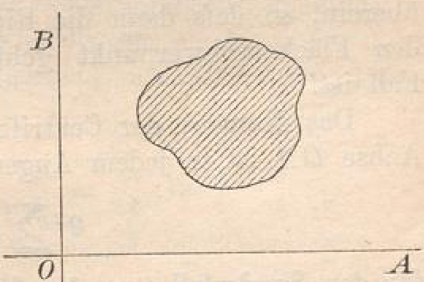


117) Der Drehungskörper im Symmetriefalle.

Ist die Fläche symmetrisch gegen eine zur Drehungsachse parallele Gerade, so liegt der Schwerpunkt des Drehungskörpers ebenso hoch, wie der der erzeugenden Fläche. Der Beweis ergiebt sich aus Obigem.

Hier findet also ein ähnliches Ausgleichen statt, wie vorher bei den Trapezflächen. (Dafs bei unsymmetrischen Flächen der Satz nicht mehr gilt, sieht man z. B. am geraden Kreiskegel, dessen Schwerpunktshöhe $h_s = \frac{h}{4}$ ist, während die der Fläche $h'_s = \frac{h}{3}$ ist.)

Fig. 96.



118) Deutungen des Centrifugalmomentes mit Hülfe der Dichtigkeit oder des spezifischen Gewichtes.

a) Statt über der Fläche F einen abgeschrägten Körper zu errichten, kann man eine Massenbelegung annehmen, deren Dichtigkeit in jedem Punkte z. B. proportional dem Abstande x von OB ist. Setzt man die Dichtigkeit gleich x selbst, so ist das statische Moment der so belegten Fläche in Bezug auf die Achse OA gleich $\sum fxy = M_{xy}$. Dabei kann man die Achsen in ihrer Bedeutung mit einander vertauschen.