Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Der Drehungskörper im Symmetriefalle.

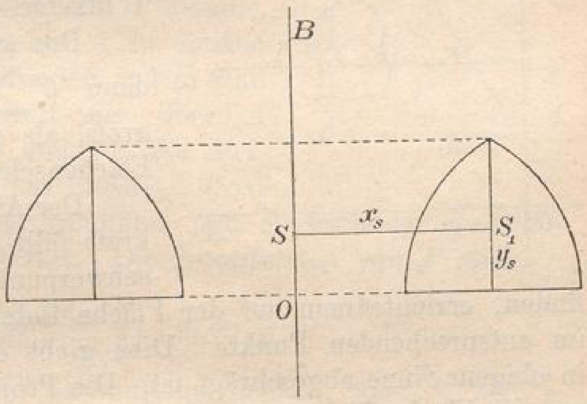
Da nach Guldin $J = 2\varrho\pi F = 2\pi M_y$ ist, wo M_y das statische Moment der Fläche in Bezug auf die Achse OB bedeutet, so wird

$$h_s = \frac{2\pi M_{xy}}{2\pi M_y} = \frac{M_{xy}}{M_y} = \frac{\text{Centrifugalmoment}}{\text{statisches Moment}}.$$

Ebenso hoch liegt der Schwerpunkt für jeden Sektor eines solchen Körpers.

Ist der Sektorwinkel unendlich klein, so kann man den Sektor als abgeschrägten Körper im obigen Sinne betrachten. Darin liegt die Übereinstimmung der Resultate, die sich auch auf den Symmetriefall ausdehnen lassen.

Fig. 95.

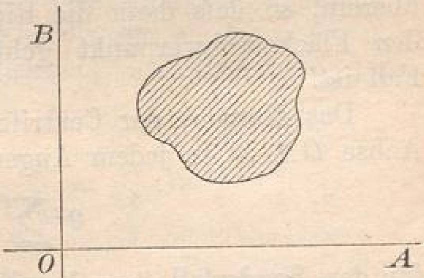


117) Der Drehungskörper im Symmetriefalle.

Ist die Fläche symmetrisch gegen eine zur Drehungsachse parallele Gerade, so liegt der Schwerpunkt des Drehungskörpers ebenso hoch, wie der der erzeugenden Fläche. Der Beweis ergiebt sich aus Obigem.

Hier findet also ein ähnliches Ausgleichen statt, wie vorher bei den Trapezflächen. (Dafs bei unsymmetrischen Flächen der Satz nicht mehr gilt, sieht man z. B. am geraden Kreiskegel, dessen Schwerpunktshöhe $h_s = \frac{h}{4}$ ist, während die der Fläche $h'_s = \frac{h}{3}$ ist.)

Fig. 96.



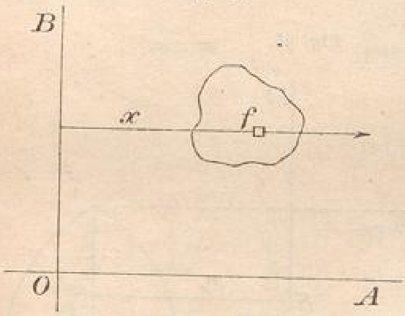
118) Deutungen des Centrifugalmomentes mit Hülfe der Dichtigkeit oder des spezifischen Gewichtes.

a) Statt über der Fläche F einen abgeschrägten Körper zu errichten, kann man eine Massenbelegung annehmen, deren Dichtigkeit in jedem Punkte z. B. proportional dem Abstande x von OB ist. Setzt man die Dichtigkeit gleich x selbst, so ist das statische Moment der so belegten Fläche in Bezug auf die Achse OA gleich $\sum fxy = M_{xy}$. Dabei kann man die Achsen in ihrer Bedeutung mit einander vertauschen.

b) Statt dessen kann man den mittels OB abgeschrägten Körper beibehalten, aber seine Dichtigkeit proportional zu y setzen. Setzt man sie gleich y, so wird der Masseninhalt des Körpers gleich $\sum fxy = M_{xy}$.

119) Anwendung auf die Centrifugalkraft ebener Flächen. Man denke sich eine ebene Fläche homogen mit Masse belegt und um eine Achse OB ihrer Ebene gedreht. Jedes Teilchen f im Abstande x von der Drehungsachse erhält dann eine Centrifugalkraft $fx\vartheta^2$, wo ϑ die auf den Radius 1 reducierte Winkelgeschwindigkeit ist.

Fig. 97.



Die gesamte Centrifugalkraft ist dann $\vartheta^2 \sum fx = \vartheta^2 M_y$, d. h. ebenso grofs, als ob die gesamte Masse F im Flächenschwerpunkte vereinigt wäre.

Der Angriffspunkt der Centrifugalkraft fällt aber nicht mit dem Flächenschwerpunkte zusammen. Um ihn zu finden, errichte man auf der Fläche Lote gleich der Centrifugalkraft im entsprechenden Punkte. Dies giebt einen Diagrammkörper, der in obigem Sinne abgeschrägt ist. Die Projektion seines Schwerpunktes auf die Fläche F giebt den Angriffspunkt der Centrifugalkraft. Seine Koordinaten ergeben sich nach Nr. 113) aus

$$x_s = \frac{T_y}{M_y}, \quad y_s = \frac{M_{xy}}{M_y}.$$

Ist die Fläche symmetrisch in Bezug auf eine zu OB parallele Gerade, so stimmt y_s mit dem Schwerpunktsabstande der Fläche überein, so dafs dann die Richtungslinie der Centrifugalkraft durch den Flächenschwerpunkt geht, was durchaus nicht allgemein der Fall ist.

Das Moment der Centrifugalkraft in Bezug auf die Punkte der Achse OA ist in jedem Augenblicke gleich

$$\vartheta^2 \sum fxy = \vartheta^2 M_{xy},$$

für den Sonderfall $\vartheta = 1$ geht dies in M_{xy} selbst über.

Es handelt sich in der That bei M_{xy} um ein bestimmtes Moment der Centrifugalkraft, so dafs der Name Centrifugalmoment sehr bezeichnend ist.

Ist die Achse OB nicht fest und keine freiwillige Drehungsachse, so würde die Centrifugalkraft ein Umstürzen, also eine Abweichung