UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Verschiebungssatz für das Centrifugalmoment.

urn:nbn:de:hbz:466:1-76845

Visual Library

stehen, d. h. dafs das Moment des Kräftepaares der Centrifugalkräfte gleich Null wird.

d) Es giebt rechtsdrehende und linksdrehende Kräftepaare. Fafst man das Moment der ersteren als positiv auf, so ist das der letzteren negativ. Demnach kann auch das Centrifugalmoment einer Fläche in Bezug auf zwei Achsen negativ sein. Man hat dann nur nötig, die eine Achse als entgegengesetzt gerichtet aufzufassen, um ein positives Moment zu erhalten.

Fig. 102.

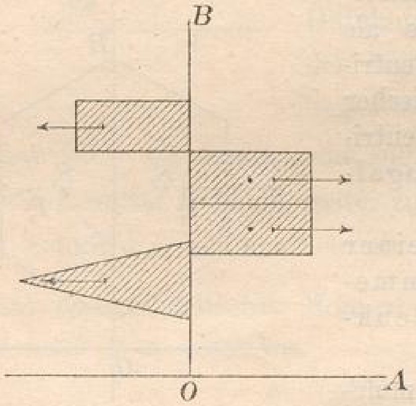
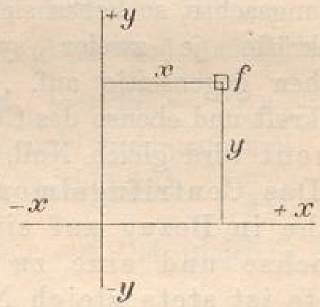


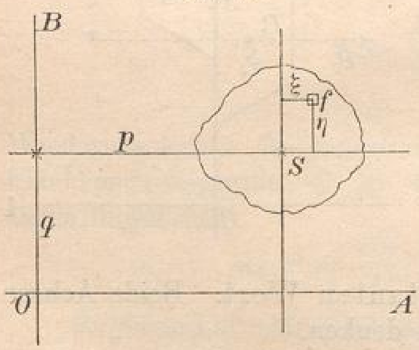
Fig. 103.



Liegt ein Flächenteilchen im ersten oder dritten Quadranten, so ist sein Centrifugalmoment positiv. Liegt es im zweiten oder vierten, so ist es negativ. Ebenso ist es bei der gesamten Fläche leicht zu entscheiden, ob in Bezug auf die Koordinatenachsen ihr Moment positiv oder negativ ist.

Aus diesen Betrachtungen mechanischer Art lassen sich Sätze über Centrifugalmomente und abgeschrägte Körper ableiten. Bei letzteren ist der über der Grundrifsebene liegende Teil als positiv, der andere als negativ aufzufassen.

Fig. 104.



Der unter b) angedeutete Satz ist ein Sonderfall eines allgemeineren Verschiebungssatzes, der sich folgendermafsen ergiebt.

123) Vierschiebungssatz für das Centrifugalmoment.

Das Centrifugalmoment für zwei aufeinander senkrechte Schwerpunktsachsen einer Fläche sei bekannt. Man suche das Centrifugalmoment für zwei parallele Achsen OA und OB, wobei O in Bezug auf S die Koordinaten $-p$, $-q$ habe. Waren die ursprünglichen Koordinaten eines Flächenteilchens f durch ξ und η

gegeben, so sind die neuen Koordinaten $x = p + \xi$, $y = q + \eta$, und das Produkt xy wird gleich $(p + \xi)(q + \eta) = pq + \xi\eta + p\eta + q\xi$, so dafs

$$\sum fxy = pq\sum f + \sum f\xi\eta + p\sum f\eta + q\sum f\xi$$

wird. Der erste Posten giebt pqF, der zweite ist das ursprüngliche Centrifugalmoment $M_{\xi\eta}$, der dritte wird Null, da es sich um das statische Moment in Bezug auf eine Schwerpunktsachse handelt. Ebenso verschwindet der letzte Posten. Man hat also

$$M_{xy} = M_{\xi\eta} + pqF.$$

Folglich: Bei der durch $x = \xi + p$ und $y = \eta + q$ bestimmten Parallelverschiebung der Achsen aus der Schwerpunktslage wächst das ursprüngliche Centrifugalmoment um das Produkt aus der Fläche F und dem Verschiebungsrechteck pq.

Haben p und q gleiche Zeichen, so ist der Zuwachs positiv, haben sie verschiedene Zeichen, so ist er negativ. Ist p oder q gleich Null, d. h. verschiebt sich nur die eine der Schwerpunktsachsen, so ist der Zuwachs gleich Null, und das Centrifugalmoment bleibt unverändert. War das ursprüngliche Centrifugalmoment gleich Null, was bei Symmetrieachsen stets der Fall ist, so ist

$$M_{xy} = pqF,$$

was bequem ausgewertet werden kann. (Später wird sich zeigen, dafs dies bei jeder Mittelpunktsachse regelmäfsiger Flächen der Fall ist.)

Die Fälle, in denen das Centrifugalmoment gleich Null ist, sind von besonderer Wichtigkeit für die Berechnung von Trägheitsmomenten für beliebige Achsen, denn die in Nr. 109) abgeleitete Gleichung

$$T_\xi = \cos^2\alpha\, T_x + \sin^2\alpha\, T_y - \sin 2\alpha\, M_{xy}$$

geht dann über in die einfachere Form

$$T_\xi = \cos^2\alpha\, T_x + \sin^2\alpha\, T_y.$$

124) Der Trägheitsradius.

Für das Rechteck war in Bezug auf die Seite b das Trägheitsmoment $T = \frac{bh^3}{3}$. Man kann fragen, in welcher Entfernung von b man sich die gesamte Fläche (Masse) concentriert denken müsse, damit das Trägheitsmoment dasselbe sei. Man erreicht dies, indem man $F\varrho^2 = T$, also hier $bh\varrho^2 = \frac{bh^3}{3}$ setzt. Für das Rechteck folgt

UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN