Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

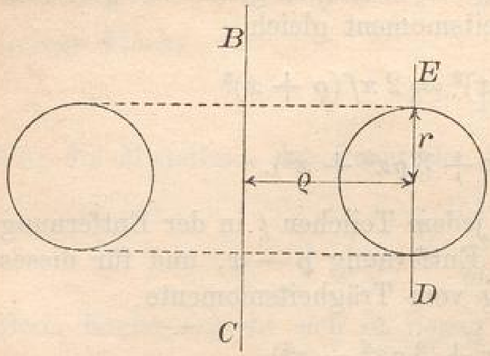
Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Radius des Centrifugalmoments.

Fig. 106.



126) Beispiel des Ringkörpers mit Kreisquerschnitt. Hier ist der Inhalt

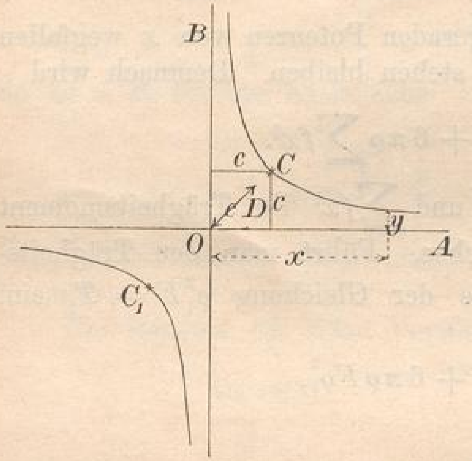
$$J = 2\varrho\pi r^2 \pi = 2\varrho r^2 \pi^2.$$

In Bezug auf DE ist für die Fläche des Kreises $T_1 = \frac{r^4\pi}{4}$, aus $\varrho_1^2 F = T_1$ oder $\varrho_1^2 \cdot r^2\pi = \frac{r^4\pi}{4}$ folgt $\varrho_1^2 = \frac{r^2}{4}$. Demnach wird das Trägheitsmoment des Körpers

$$T = J\left(\varrho^2 + 3\varrho_1^2\right) = 2\varrho r^2\pi^2\left(\varrho^2 + \frac{3r^2}{4}\right).$$

127) Der Radius des Centrifugalmomentes. Ebenso könnte man fragen, wo man sich die gesamte Fläche (Masse) vereinigt denken müsse, um in Bezug auf zwei Achsen OA und OB dasselbe Centrifugalmoment zu erhalten. Dann hätte man zu setzen

Fig. 107.



$$F \cdot x \cdot y = M_{xy},$$

oder

$$xy = \frac{M_{xy}}{F}.$$

Ist der Ausdruck rechts positiv, so sind im ersten und dritten Quadranten unendlich viele Stellen möglich, da zwei veränderliche Gröfsen x und y vorhanden sind. Die gesuchten Punkte liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel mit dem konstanten Rechteck $xy = \frac{M_{xy}}{F}$. Eins dieser Rechtecke ist ein Quadrat vom Inhalte

$$c^2 = \frac{M_{xy}}{F},$$

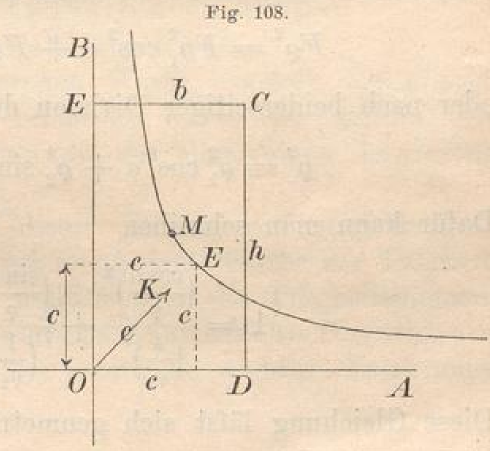
seine Seite ist

$$c = \sqrt{\frac{M_{xy}}{F}}.$$

Die Ecke C ist symmetrisch gegen beide Achsen und wird am bequemsten für die Anbringung der Masse F sein. Nur noch C_1 würde ebenso bequem liegen. Die positive Gröfse c bezeichnet man als den Radius des Centrifugalmoments. Man pflegt zum Zwecke graphischer Darstellungen c als OD auf OC abzutragen, was ganz naturgemäfs der Symmetrie gegen die beiden Achsen entspricht.

Ist dagegen die rechte Seite von $xy = \frac{M_{xy}}{F}$ negativ, so würden die entsprechenden Punkte im zweiten und vierten Quadranten liegen, wobei es sich um ein Quadrat mit den Seiten $+c$ und $-c$ handeln würde. Da jetzt $c = \sqrt{\frac{M_{xy}}{F}}$ imaginär sein würde, könnte man von einem reellen Radius des Centrifugalmomentes nicht mehr reden. In solchen Fällen ist es besser, die positive Richtung z. B. der X-Achse entgegengesetzt anzunehmen und so das Imaginäre zu vermeiden. Hier sollen solche Fälle möglichst ausgeschieden werden. Die Darstellung beschränkt sich also auf zwei Quadranten.

Fig. 108.



128) Beispiel des Rechtecks.

In Bezug auf die Achsen OA und OB war

$$M_{xy} = \frac{b^2h^2}{4},$$

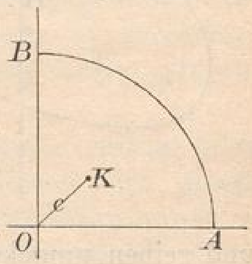
so dafs

$$c^2 = xy = \frac{M_{xy}}{F} = \frac{\frac{b^2h^2}{4}}{bh} = \frac{bh}{4} = \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2}$$

ist. Demnach geht die gleichseitige Hyperbel durch den Mittelpunkt M des Rechtecks, und c ist mittlere Proportionale zwischen $\frac{b}{2}$ und $\frac{h}{2}$. Auf der Winkelhalbierenden OE ist $OK = c$ abzutragen.

129) Beispiel des Viertelkreises.

Fig. 109.



Nach Nr. 121 ist in Bezug auf OA und OB

$$M_{xy} = \frac{r^4}{8}.$$

Es folgt

$$c^2 = xy = \frac{M_{xy}}{F} = \frac{\frac{r^4}{8}}{\frac{r^2\pi}{4}} = \frac{r^2}{2\pi},$$

also $c = \frac{r}{\sqrt{2\pi}}$ ist in O als Winkelhalbierende einzutragen.