Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Enthaltend die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der Methoden von Nehls, Mohr, Culmann, Land und Reye

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1897

Eine Beziehung zwischen Trägheits- und Centrifugalmoment.

dagegen

$$T_p - T_{\min} = \frac{2r^4\pi}{32} - \frac{r^4}{32}\left(\pi - 2\sqrt{2}\right) = \frac{r^4}{32}\left(\pi + 2\sqrt{2}\right) = T_{\max}.$$

Diese Resultate werden sich später in einer allgemeinen Formel bestätigen.

152) **Eine brauchbare Beziehung zwischen dem Trägheitsmoment und dem Centrifugalmoment** ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Nach Nr. 133 ist für die um α und die um $\beta = \alpha + 90^0$ gegen die grofse Hauptachse geneigten Achsen

$$\varrho_\alpha^2 = \varrho_2^2 \sin^2\alpha + \varrho_1^2 \cos^2\alpha$$

$$\varrho_\beta^2 = \varrho_2^2 \cos^2\alpha + \varrho_1^2 \sin^2\alpha$$

$$\lambda^2 = \left(\varrho_2^2 - \varrho_1^2\right)\sin\alpha\cos\alpha.$$

Man bilde aus den beiden ersten Gleichungen durch Multiplikation eine neue, aus der dritten durch beiderseitige Quadrierung ebenfalls. Aus den neuen Gleichungen bilde man eine weitere durch beiderseitige Subtraktion. Dann erhält man

$$\begin{aligned}\varrho_\alpha^2\varrho_\beta^2 - \lambda^4 &= \varrho_2^4 \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \varrho_2^2\varrho_1^2\left(\sin^4\alpha + \cos^4\alpha\right) + \varrho_1^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha \\ &\quad - \left[\varrho_2^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha - 2\varrho_2^2\varrho_1^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha + \varrho_1^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\right] \\ &= \varrho_1^2\varrho_2^2\left(\sin^4\alpha + 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^4\alpha\right) \\ &= \varrho_1^2\varrho_2^2\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)^2 = \varrho_1^2\varrho_2^2.\end{aligned}$$

Demnach ist

$$\lambda^4 = \varrho_\alpha^2\varrho_\beta^2 - \varrho_1^2\varrho_2^2$$

oder

$$\lambda^4 = (\varrho_\alpha\varrho_\beta)^2 - (\varrho_1\varrho_2)^2.$$

Daraus folgt z. B.

$$F^2\lambda^4 = F\varrho_\alpha^2 \cdot F\varrho_\beta^2 - F^2\varrho_1^2\varrho_2^2$$

oder

$$M_{xy}^2 = T_\alpha T_\beta - F^2\varrho_1^2\varrho_2^2.$$

Von der letzteren Beziehung soll später eine wichtige Anwendung gemacht werden.

153) Zu den rein mathematischen Aufgaben, die durch die Ergebnisse der vorstehenden Abschnitte lösbar geworden sind, gehören solche über ganz beliebig abgeschrägte Körper, z. B. folgende: Der Normalschnitt eines Körpers sei ein Halbkreis, der Körper werde durch eine ganz beliebige Ebene abgeschrägt. Sein Schwerpunkt soll bestimmt werden. Dasselbe ist für den Fall zu leisten, dafs er oben und unten durch ganz willkürlich geneigte Ebenen abgeschrägt wird. Aufgaben physikalischer Art wurden bereits mehrfach angedeutet.